UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

Traducción Española del trabajo original titulado "Strategic Aspects of Decisión Making", realizada para facilitar la comprensión del mismo.

TESIS DOCTORAL

Título de la Tesis

Aspectos Estratégicos de la Toma de Decisiones

Autor:

Matteo Maria Triossi Verondini

Directores:

Prof. Luís Carlos Corchón Díaz
Prof. Antonio Romero-Medina

DEPARTAMENTO
Economía

Getafe, Junio 2006

TESIS DOCTORAL

T Í T U L O   D E   L A   T E S I S

Aspectos Estratégicos de la Toma de Decisiones

Autor: Matteo Maria Triossi Verondini

Directores: Luís Carlos Corchón Díaz

Firma del Tribunal Calificador:

		Firma
Presidente:	(Nombre y apellidos)	
Vocal:	(Nombre y apellidos)	
Vocal:	(Nombre y apellidos)	
Vocal:	(Nombre y apellidos)	
Secretario:	(Nombre y apellidos)	

Calificación:

Leganés/Getafe, de de

Contents

Agradecimientos

Quisiera dar las gracias a mis directores de tesis Luis Corchón y Antonio Romero-Medina: sin su ayuda habría acabado (ni empezado, en realidad...) esta disertación.

Deseo también agradecer a todos los miembros del Departamento de Economía en Universidad Carlos III para sus útiles comentarios. En particular a a Francesco de Sinopoli, Giovanna Iannantuoni, Leo Ferraris, orujo Möller, Carlos Maravall, Paco Marhuenda, Maria Angeles de Frutos y Matthias Dahm.

En estos años he tenido la oportunidad de conocer a mucha gente que proporcionó sugerencias para este trabajo. Gracias a Fabio Feriozzi, Brice Corgnet, Tim Worrall, Jordi Massó, Soccorro Puy, Carmen Beviá, Matthew Jackson y todos a los que me olvidé de mencionar.

Siempre staré en deuda con mi familia y con todos mis amigos por su constante soporte.

Introducción

La tesis se compone de cinco ensayos independientes:

Credibilidad y Responsabilidad: Una Teoría de la Implicación Endógena. Una asunción común en ciencia política es que los candidatos están implicados con sus anuncios electorales. En el primer capítulo presento un modelo de competición política donde los candidatos anuncian las políticas que podrían no corresponder a las políticas que se ponen en ejecución realmente. Analizo la posibilidad de transmitir la información a los votantes a través de la campaña electoral (sin gastos). La intuición básica es las campañas electorales se deben basar en la confiabilidad y la responsabilidad de los candidatos para ser significativas. Con el análisis de un modelo de información incompleto de elecciones repetidas un número finito de veces, demuestro que las promesas electorales pueden transmitir la información confiable a los votantes. La campaña electoral proporciona un instrumento de disciplina para los políticos ligando las perspectivas de reelección al cumplimiento de promesas electorales y contribuye a solucionar las asimetrías informativas entre el candidato y los votantes. Una proporción inevitable de políticos ambiguos emerge. Estos resultados son robustos a la consideración los refinamientos de equilibrios.

Implementación con Conjuntos Factibles y Preferencias Dependientes del Estado del Mundo: un Enfoque de Renegociación. El segundo capítulo (fruto de un trabajo común con Luis Corchón) proporciona un marco de análisis para las situaciones en las cuales el conjunto factible es desconocido al planificador. Se utiliza el concepto de función de la reversión, que describe el proceso que la sociedad utiliza tratar las infactibilidades (castigo, renegociación, sistema legislativo). Esto reduce el problema de la implementación con conjunto factible desconocido al caso en el cual las preferencias son desconocidas. Caracterizamos el sistema máximo de correspondencias que se pueden implementar en una clase de funciones de renegociación que no recompensan los agentes para las infactibilidades. Se presentan aplicaciones a las economías de intercambio, a la negociación y a bancarrota. La imposibilidad de considerar en el proceso de la renegociación los mensajes individuales impone restricciones fuertes a la implementación. Los resultados se comparan a los resultados de la literatura acerca de la “implentación factible”.

Ramón y Cajal: Mediación y Meritocracia. El tercer capítulo (fruto de un trabajo común con Antonio Romero-Medina) analiza el mecanismo de asignación del programa Ramon y Cajal. Este programa se utiliza en España para promover la contratación de investigadores de excelencia en centros de investigación españoles y en instituciones académicas. Modelamos el proceso como un mercado bilateral y estudiamos si el mecanismo proporciona los incentivos para emplear a buenos investigadores. Analizamos el modelo bajo información completa e incompleta. La comparación de los resultados teóricos con los datos disponibles indica que el modelo proporciona pobres incentivos a los agentes implicados y no previene de la colusión entre los centros de investigación y los candidatos. Mientras que el objetivo es recompensar a los mejores investigadores el mecanismo garantiza solamente “soluciones casi estables.

El Ganador de Condorcet con Información Incompleta. Multiplicidad e Implementación. El cuarto capítulo estudia la implementación del ganador de Condorcet bajo información incompleta. Se demuestra que aparece una tensión entre la robustez del ganador de Condorcet y la multiplicidad de equilibrios. Para un conjunto no insignificante de distribuciones de probabilidad, la implementación exacta del ganador de Condorcet es imposible. Un resultado positivo se proporciona para “priors” uniformes.

Coordinación en Mecanismos Secuenciales de Admisión. El quinto capítulo considera una familia de mecanismos de admisión (o de contratación) en los cuales se permite al participante enviar usos múltiples, como sucede en muchas situaciones de la vida real. Esto es hecho extendiendo el modelo presentado por Alcalde y Romero-Medina (2000). La posibilidad de aplicación a diversas universidades impone serios problemas de coordinación a las universidades. En equilibrio pueden presentarse asignaciones inestables. La estabilidad puede ser recuperada solamente con la introdución de costes de aplicación.

Chapter 1

Confiabilidad y Responsabilidad: Una Teoría de la Implicación Endógena

Una asunción común en ciencia política es la de la "implicación": los candidatos mantienen sus promesas electorales. Dejamos caer tal asunción y demostramos que la campaña electoral sin gastos puede ser una manera eficaz de transmitir información a los votantes. El resultado es robusto a refinamientos de equilibrio relevantes. Emerge una proporción inevitable de políticos ambiguos.

1.1 Introducción

Es un lugar común que no se puede dar demasiada importancia a las promesas electorales Sin embargo los partidos y los candidatos invierten una cantidad considerable de esfuerzos y de recursos en emitir mensajes electorales. Probablemente creen que la campaña electoral sea un medio creíble para atraer el soport de los votantes. ¿Pero si las campañas son meras promisa porqué deberían influenciar a loos ciudadanos?

La intuición es que las campañas transmiten información útil para predecir las políticas futuras. Las políticas futuras deben poderse predicir de las presentes. Si no el proceso electoral no podría lograr su objetivo de seleccionar a los políticos y de confirmalos según las opiniones de los electores. Las campañas electorales, para ser significativas, deben alterar las creencias de los electores sobre las políticas que los elegidos pondrán en ejecución. Una explicación extensamente empleada es que los políticos elegidos buscan la reelección. Las promesas electorales afectan las expectativas de los votantes sobre las políticas que serán elegidas y proporcionan una patrón que liga las promesas, las políticas y la reelección (votación retrospectiva), imponendo una amenaza creíble para la reelección (véase a Barro (1973), Ferejohn (1986) y Austen-Smith y Banks (1989)).

Pero el papel de disciplina de la competición electoral es solamente una cara de la moneda. En este capitulo se probará que las promesas electorales proporcionan también una solución a las asimetrías informativas entre los candidatos y los políticos.

Downs (1957) relevó la importancia de la relación entre las declaraciones preelectorales y el comportamiento post-elecoral para la qué la votación pueda ser racional.

> Ahora intentamos probar que la ideología de un partido debe ser consistente con (1) su acción en períodos anteriores a la elección, o bién (2) con sus declaraciones en la campaña precedente (incluyendo su ideología), o con (3) ambas... Un partido es confiable si sus declaraciones al principio de un período electoral se pueden utilizar para hacer predicciones exactas de su comportamiento... Un partido es responsable si sus políticas en un período son consistentes con sus acciones (o con las declaraciones en el período precedente),... (103-105)... La ausencia de la confiabilidad significa que los votantes no pueden predecir el comportamiento de los partidos desde lo que los partidos dicen harán. La ausencia del responsabilidad significa que las politicas de los partidos no se pueden predici de los que los partidos han hecho previamente... se concluye que la confiabilidad es una necesidad lógica en cualquier conjunto racional de votación, y que responsabilidad -aunque no necesaria- es implicada lógicamente por la racionalidad como la definimos. Por supuesto esta conclusión no prueba que la confiabilidad y la responsabilidad existen realmente en nuestro modelo. Podemos demostrar que ellas -y por lo tanto que

> nuestro modelo es racional-solamente demostrando que los partidos políticos son conducidos inexorablemente por sus propios motivos a ser confiables y responsables... (105-107). En nuestro modelo es necesario que la ideología de cada partido lleve una relación con sus acciones.... Cualquier otro procedimiento hace le votación racional casi imposible... (113)

Pero la mayor parte de los modelos clásicos de competición electorales como el Hotelling-Downs una asumen que los políticos cumplen sus promisas electorales. No se contesta así a las as preguntas sobre la credibilidad de las promesas hechas a lo largo de la campaña..

Basandose en la intuición de Downs este capitulo proporciona una explicación que se basa al mismo tiempo en las asimetrías informativas y en los aspectos dinámicos, en nuestro caso de la preocupación acerca de la reeelción. Cada uno de los aspectos solamente no puede, por si mismo, proporcionar una solución satisfactoria. La dificultad se presenta porque las campañas son "*cheap-talk*": el cambio de los mensajes electoral no causa, en si mismo, un cambio en la utilidad de los agentes. Bajo información completa los políticos no se pueden comprometer confiar a políticas diferentes de sus preferidas a menos que las elecciones se repitan infinitamente (Alesina (1988)). El resultado puede ser relajado solamente si se asume que un aproprción relevante de votantes es indiferente entre al menos dos politicas (Aragonés y otros (2005)). Con la perspectiva de una única elección, la campaña electoral sin costes no puede ser significativa (Harrington (1992a)) a menos que se deje caer la asunción que los gobiernos tienen el control completo sobre sus politicas (Harrington (1992b)).

El articulo que está el más cercano a nuestra intuicción es el de Harrington (1993a). En él se presenta un modelo con un numero finito (dos) de elecciones bajo bajo información asimétrica bilateral. Los politicos elegidos pueden seleccionar entre dos políticas. Los candidatos y los tipos de los votantes son las políticas que ellos piensan para ser los más beneficiosos a la renta renta. El espacio de los tipos finito y los "*beliefs*" no son consistente con la asunción de una "*prior*" común. Mientras que a los votantes solo le importa su propia renta, las preferencias de los candidatos son lexicográficas: primero le importa ser elegidos y luego de la política que ponen en ejecución. En este caso cada político prefiere poner la política en ejecución ella creencia el más eficaz. El autor prueba que existen los equilibrios en los cuales cada candidato anuncia y pone verazmente su política en ejecución preferida.

Este papel presenta un modelo en el cual el cuidado de los candidatos sobre oficina y sobre la política ellos pondría en ejecución si estuvo elegido. Las preferencias de los políticos y de los votantes son información privada. Pero de Harrington (1993b) el tipo espacio es diferentemente continuo y la creencia se deriva de un campo común anteriormente. Las distribuciones de las preferencias de los agentes son simétricas con respecto al origen. Los candidatos compiten para la elección anunciando una política particular. El aviso de la campaña es totalmente sin gastos. El candidato que gana pone una política en ejecución y funciona para la reelección contra un opositor aleatoriamente elegido. Nos centramos en los equilibrios simétricos y monotónicos en los cuales eligen a políticos más centrist con probabilidades más altas y ponemos políticas en ejecución más centrist. Los equilibrios monotónicos permiten para eliminar los comportamientos muy inverosímiles donde los extremistas se presentan como centrista, mientras que modera haga una campaña extremista, y tenga un appeal.Furthermore intuitivo que demostramos que en todo el equilibrio nomonotónico la campaña electoral es significativa. Para refinar creencia del hacia fuera-de-equilibrio con respecto a políticas totalmente inesperadas. utilizamos un refinamiento introducido por Bernheim y Severinov (2003) (véase también Kartik (2005)) El refinamiento, llamado el criterio monotónico D1 adapta a los ambientes monotónicos el criterio D1 (Cho y Kreps (1987)). Caracterizamos el conjunto de estos equilibrios para cualquier grado de la implicación de la política de los candidatos. , donde están principalmente reelección los motivos de los titulares. Innovación en Harrington (1993a) encontramos que no sólo las presiones de la reelección pero también las motivaciones de la política pueden dar importancia a las promesas electorales. Las condiciones necesarias para la campaña informativa son un grado suficientemente alto de preocupación de la política en el lado de los candidatos y la capacidad del electorado credibly de amenazar al titular sobre sus perspectivas de la reelección. Los candidatos sufren la tensión entre satisfacer a sus distritos electorales y buscar la reelección. El coste de ambigüedad es poner las políticas en ejecución que son lejanas del favorito uno del candidato. Los extremistas están tan menos dispuestos a pagarlo completamente. Pero pagan un precio, aun cuando ellos revelan completamente sus preferencias. Es porque los fuerzan por favor al electorado centrist para realzar sus ocasiones de la elección. Los candidatos Centrist prefieren ser ambiguos para aumentar sus perspectivas de la elección. Actúan como oficina-buscadores puros. La confiabilidad como comisión con las promesas electorales del pert de los políticos emerge endógeno. La responsabilidad aparece de la misma forma, las actuales políticas puede ser poderes útiles para predecir futuro unos. Relajando el criterio del refinamiento otros equilibrios con campaña relevante emergen. Pero el comportamiento ambiguo, o deshonesto no se puede eliminar, independientemente en el refinamiento del equilibrio usado. Habrá siempre los políticos que actúan para maximizar solamente su probabilidad de la reelección. Su parte se puede reducir solamente por un alto grado de la preocupación de la política, que aumenta los costes de poner una política en ejecución centrist. La ambigüedad de políticos centrist captura una característica que Harrington (1993a) no podía explicar: la sensibilidad parcial, aunque relevante de políticas a los avisos electorales encontró por el trabajo empírico (véase a Harrington (1992a) y (1992b)). El resultado también conecta con el discusión sobre la naturaleza del centro político. Es compatible con la visión de carecer de centro político de una ideología y de un mejor bien definidos definida por su comportamiento opportunistic, que es absolutamente popular entre el público en general (véase a Hazan (1997)).

La estructura del capitulo es la siguiente. En la Sección1.2 describimos el comportamiento de los agentes e introducimos las características de la competición electoral. y equilibrio. En errorde la Sección 1.3. presentamos algunos resultados preliminares en equilibrio electoral que clarifiquen nuestras opciones y probamos la imposibilidad del comportamiento completamente honesto. En las Sección 1.4 se introduce el refinamiento de equilibrio que utilizaremos en la Sección 1.5 para caracterizar un conjunto relevante de equilibrios. Finalmente en la Sección 1.6 dibujará la conclusión y las direcciones posibles de la investigación futura en el campo. Un apéndice contiene las pruebas de los resultados que no se incluyen en el texto principal.

1.2 El Modelo

Las preferencias de los candidatos y de los votantes son conocimiento privado. Los candidatos compiten para la cárica c de la campaña.on mensajes electorales. El ganador elige la política. Hay dos elecciones. El espacio de las políticas es $P = [-D, D]$, donde $D > 0$. Hay dos candidatos: R(ight) y L(eft). Se asumen que las intenciones políticas de los candidatos (sus tipos) sean variables aleatorias independientes y simétricas. El tipo del candidato R, se extrae de la cdf $F_R(\cdot)$ con densidad continua $f_R(\cdot) = F'_R(\cdot)$, donde $f_R(\alpha) > 0$ si y solamente si $\alpha \in [0, D]$. La Intenciones políticas de L tienen la densidad simétrica, $f_L(\alpha_L) = f_R(-\alpha_L)$ para todos los $\alpha_L \in P_L = [-D, 0]$. Sean $P_R = [0, D]$ y $P_L = [-D, 0]$ los espacios de las politicas del candidato R y del candidato L, respectivamente.

Entonces $E_R(x) = \int\limits_0^D \alpha f(\alpha) d\alpha = -\int\limits_{-D}^0 \alpha f(-\alpha) d\alpha = E_L(x)$ y $E_R(x^2) = \int\limits_0^D \alpha^2 f(\alpha) d\alpha = \int\limits_{-0}^0 \alpha^2 f(-\alpha) d\alpha = E_L(x^2)$.

Sea $E(x) = E_R(x) > 0$ y sea $E(x^2) = E_R(x^2) > 0$.

En la campaña electoral cada candidato $j = L, R$ puede enviar un mensaje $m \in P_j$. Basandose en la cmpaña campaña cada votante vota para un candidato. Asumimos que hay n electores, donde $n \in \mathbf{N}$ es impar y público. Una vez elegido, el candidato implementa una política de su espacio de política, y un adversario se selecciona simultáneamente de la distribución original. Cada votante observa la política del politico en el cargo y y voto para confirmarlo o para elegir su adversario[1].

Un potante de tipo $\alpha \in [-D, D]$ tiene preferencias representar por la función $V(s, \alpha) = -(\alpha - s)^2$donde s es la política puesta en ejecución por el político elegido.

En cada elección se extrae a un votante mediano , independientemente a través de tiempo, de una distribución simétrica G definida en $[-D, D]$. Se asume que G tenga densidad continua $g(\cdot) = G'(\cdot)$. La asunción es equivalente

[1] De Harrington (1992a and b) sigue que añadir una segunda camapña electoral no cambiaría los resultados.

tener un votante mediano conocido en 0 con un shock idiosincrásico desconocido simétrico (véase Austen-Smith y Banks (2005)).

La utilidad del del candidato de tipo α en ganar la elección es, en cada período

$$U(s,\alpha) = y - k(\alpha - s)^2$$

donde s es la política implementada $y > 0$ es el valor que el asigna al cargo y k mide el grado de mplicación política del candidato . Un candidato derrotado consigue utilidad 0.

Sea π_i la probabilidad co la uqe R gana la eleción i, $i = 1, 2$. Si un candidato elegido es confirmado en su cargo entonces el implementerá su politica preferida. Entonces su utlidad esperad de implementer $s_R \in P_R$ un candidate de tipe $\alpha \in [0, D]$ deriva una utilidad de

$$U_R(\pi_1, \pi_2, s_1, s, \alpha) = \pi_1 \left[y - k(\alpha - s_R)^2 + \pi_2 \delta y \right]$$

donde $\delta \in (0,1)$ es su factor de descuento intertemporal. En el primer periodo R puede enviar un mensaje $M \subset [0, D]$. Las preferencias de L son definidas de forma simetrica con el mismo δ, el mismo y, y el mismo k.

1.2.1 Los votantes

Sea m_v el votante mediano. Sean μ sus creencias acerca de los candidatos. Vota R si y solo $E\left[(m_v - \alpha_R)^2 \mid \mu\right] < E\left[(m_v - \alpha_L)^2 \mid \mu\right]$ o sea cuando $m_v > e(\mu)$ donde

$$e(\mu) = \frac{1}{2} \frac{E\left[\alpha_R^2 \mid \mu\right] - E\left[\alpha_L^2 \mid \mu\right]}{E\left[\alpha_R \mid \mu\right] - E\left[\alpha_L \mid \mu\right]}$$

es el **votante mediano decisivo**.

Entonces R es elegido con probabilidad $\pi(\mu) = 1 - G(e(\mu)) = \frac{1}{2} + G(-e(\mu))$, porqué G es simétrica.

Observación Si $\alpha > 0$ tiene que luchar contra un candidato ssacdo de F_L su votante mediano decisivo es

$$e\left(\alpha, , f\left(\cdot\right)\right) = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2 - \int_0^D \beta^2 f\left(\beta\right) d\beta}{\alpha + \int_0^D \beta f\left(\beta\right) d\beta}$$

Sea $\pi\left(\left(\alpha, , f\left(\cdot\right)\right)\right)$ su probabilidad de elección. Si los tipos en (α_1, α_2) están en el mismo "pool" el votante mediano decisivo es

$$e\left(\left[\alpha_1, \alpha_2\right], f\left(\cdot\right)\right) = \frac{1}{2} \frac{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \beta^2 f\left(\beta\right) d\beta - \left(F(\alpha_2) - F(\alpha_1) \int_0^D \beta^2 f\left(\beta\right) d\beta\right.}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \beta f\left(\beta\right) d\beta + \left(F(\alpha_2) - F(\alpha_1) \int_0^D \beta f\left(\beta\right) d\beta\right.}$$

Sea $\pi\left(\left(\alpha_1, \alpha_2, , f\left(\cdot\right)\right)\right)$ su probabilidad de elección. Desde el Analísis Matemático se deriva que $e\left(\alpha_3, , f\left(\cdot\right)\right) > e\left(\left[\alpha_1, \alpha_2\right], f\left(\cdot\right)\right) > e\left(\alpha_0, f\left(\cdot\right)\right)$ si $\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1 > \alpha_0 > 0$. $e\left(\alpha, , f\left(\cdot\right)\right)$ es creciente en α. $e\left(\left[\alpha_1, \alpha_2\right], f\left(\cdot\right)\right)$ decreciente α_1, α_2 (por separado). Además $\lim_{\alpha_1 \to \alpha_2^-} e\left(\left[\alpha_1, \alpha_2\right], f\left(\cdot\right)\right) = e\left(\alpha_2, f\left(\cdot\right)\right)$ y $\lim_{\alpha_2 \to \alpha_1^+} e\left(\left[\alpha_1, \alpha_2\right], f\left(\cdot\right)\right) = e\left(\alpha_1, f\left(\cdot\right)\right)$.

1.2.2 El equilibrio Electoral

Una **estrategia electoral** para el candidato $j = R, L$ es una función $m_j : P_j \rightarrow P_j$..La estrategia electoral es un mensaje que no tiene coste del candidato. Si resulta elegido, el candidato tiene que elegir una política . Una **estrategia de política** para el politico en el cargo j, es una función $s_j : P_j^2 \times P_k \rightarrow P_j$, $j \neq k$..

Una **estrategia de votación** es $(r_{1j}, r_{2j})_{j=R,L}$ donde $r_{1j} : P_R \times P_L \times P \rightarrow \left\{0, \frac{1}{2}, 1\right\}$, $r_{1R} + r_{2L} = 1$ y $r_{2j} : P_R \times P_L \times P_j \times P \rightarrow \left\{0, \frac{1}{2}, 1\right\}$. $r_{1j}(m_{R,} m_L, x)$ representa la probabilidad que el votante mediano vota por el candidato j en la primera elección, cuando es de tipo x y ha observado los mensajes electorales . Si j resulta elegido a la primera elección cuando han sido utilizados los mensajes $(m_{R,} m_L)$, $r_{2j}(m_{R,} m_L, s_j, x)$ denota la probabilidad que los electores la confirman en lel cargo cuando ella pone en ejecución la política s_j

Observación Como a cada politico en funciones se opone uno escogido aleatoriamente, no se pierde generalidad considerando estrategias de política independientes del mensajel adversario, de la forma $s_j : P_j^2 \rightarrow P_j$. Y no hay pérdida de generalidad en la consideración de estrategias de votación de la segunda etapa independientes de la campaña del perdedor $r_{2j} : P_j^2 \times P_j \times P \rightarrow \left\{0, \frac{1}{2}, 1\right\}$.

Una **creencia** acerca de los candidatos en la primera elección es una función del producto cartesiano $P_L \times P_R$ de los mensajes elctorales al conjunto de las distribuciones de probabilidad sobre P^2. Una creencia en la segunda elección es una función del producto cartesiano de los mensajes de la campañaelectorales, de los resultados de la primera votación, y de las políticas al conjunto de las distribuciones de probabilidad sobre P^2.

Definición Un **equilibrio electoral** consiste en estrategias (m_j, s_j), (r_{1j}, r_{2j}) y creencias (μ_1, μ_2) tales que para $j, k = R, L$, $j \neq k$

(1) $m_j(\alpha)$ maximiza en m

$$\int\limits_{P_k} \int\limits_{[-D,D]} r_{1j}(m, m_k(\beta), x) \left[y - k(\alpha - s_j(\alpha)^2\right] f(\beta) g(x) d\beta dx +$$

$$\int\limits_{P_k} \int\limits_{[-D,D]^2} r_{1j}(m, m_k(\beta), x_1) r_{2j}(m_1, s_j(\alpha), x_2) \delta y f(\beta) g(x_1) g(x_2) d\beta dx_1 dx_2$$

para todos los $\alpha \in P$

(2) $s_j(\alpha, m)$ maximiza en in $s_j \in P_j$

$$-k(\alpha - s_j)^2 + \int\limits_{[-D,D]} r_{2j}(m(\alpha), s_j, x)) \delta y g(x) dx$$

para todos los (α, m)

(3) $r_{1j}(m_R, m_L, x) = 1$ si $E\left[(x - s_j(\cdot))^2 \mid m_R, m_L\right] < E\left[(x - s_k(\cdot))^2 \mid m_R, m_L\right]$

$r_1(m_R, m_L, x) = \frac{1}{2}$ si $E\left[(x - s_j(\cdot))^2 \mid m_R, m_L\right] = E\left[(x - s_k(\cdot))^2 \mid m_R, m_L\right]$
$r_1(m_R, m_L, x) = 0$ si $E\left[(x - s_j(\cdot))^2 \mid m_R, m_L\right] > E\left[(x - s_k(\cdot))^2 \mid m_R, m_L\right]$
for all $(m_R, m_L, x) \in P_R \times P_L \times P_L$. Las esperanzas matematicas se toman con respecto a μ_1
(4) $r_{2j}(m, s, x) = 1$ si $E\left[(x - \alpha_j)^2 \mid m_R, s\right] < E\left[(x - \alpha_k)^2\right]$
$r_{2j}(m, s, x) = \frac{1}{2}$ si $E\left[(x - \alpha_j)^2 \mid m_R, s\right] = E\left[(x - \alpha_k)^2\right]$
$r_2 j(m, s, x) = 0$ si $E\left[(x - \alpha_j)^2 \mid m_R, s\right] > E\left[(x - \alpha_k)^2\right]$
para todos los $(m, s, x) \in P_j^2 \times P$. Las esperanzas matematicas se toman con respecto a μ_2

(5) Las esperanzas matematicas se computan con la regla de Bayes cuando es posible.

Las condiciones (1) y (2) dicen que las extrategias de cada candidato es son optimas secuencialmente. Las condiciones (3) y (4) dicen que las decisiones de los votantes son óptimas en cada elección, dadas sus creencias.

Definition 1 *An equilibrio electoralis **simétrico** si* $(m_R(\alpha), s_R(\alpha)) = -(m_L(-\alpha), s_L(-\alpha))$ *para todos los* $\alpha \in [0, D]$

Sea $\pi_{1R}(m_R, m_L(\cdot)) = \int\limits_{[-D,D]^2} \int\limits_{P_L} r_1(m_R, m_L(\beta), x) f(\beta) g(x) d\beta dx$

Ses $\pi_{2R}(m_R, s) = \int\limits_{[-D,D]} \int\limits_{P_L} r_{21}(m, s, x) g(x) dx$

y se definan de forma análoga las misma cantidades para L. π_{1R} y π_{2R} representan la probabilidad de R de ganar la primera y la segunda eleción, respectivamente.

Sea $\mu_{2R}(\alpha, \cdot \mid m, s)$ la distribución marginal de R, inducida por m y s.
La utilidad esperada de R es $\pi_{1R}(m_R, m_L(\cdot))\,(U(s, \alpha) + \pi_2(m_R, s)\delta y)$.
Un **pool electoral** es $\Omega \subset [-D, D]$ tal que, por algun $m \in [-D, D]$, $m_R(\alpha) = m$ o $m_L(\alpha) = m$ por todos los $\alpha \in \Omega$.
A **pool de politicas** es $\Omega \subset [-D, D]$ tal que por algun $s \in [-D, D]$, $s_R(\alpha) = s$ o $s_L(\alpha) = s$ por todos los $\alpha \in \Omega$.

Definition 2 *Un equilibrio electoral es **monotónico** si:*
(1R) $\pi_{1R}(m_R(\alpha), m_L(\cdot))$ *y* $\pi_{2R}(m_R(\alpha), s(\alpha))$ *son decrecientes en* $[0, D]$*, y* $s_R(m(\alpha), \alpha)$ *es creciente on* $[0, D]$[2]
(1L) $\pi_{1R}(m_R(\cdot), m_L(\alpha))$ *y* $\pi_{2R}(m_R(\alpha), s(\alpha))$ *es creciente en* $[-D, 0]$*,* $s_L(m(\alpha), \alpha)$ *es decreciente en* $[-D, 0]$

[2] For decreasing/increasing we mean weakly decreasing/increasing, otherwise we will say strictly decreasing/increasing.

En palabras, un equilibrio es monotónico si los candidatos más centristas tienen probabilidades más altas de ser elegidos, y poneen en ejecución políticas más centristas. Imponemos la monotonía solamente para mensajes de equilibrio. La observación proporciona una relación importante entre conectividad y monotonía.

Observación En equilibrio:
(1) para todos los $m \in [0, D]$, $\Omega(m) = \{\alpha : m(\alpha) = m\}$ es conexo
(2) para todos los $m, s \in [0, D]$, $\Omega(m, s) = \{\alpha : s(m, \alpha) = s\}$ es conexo. En particular, por cada α $\Omega(m(\alpha), s(\alpha))$ es conexo.
(3) Si $s(m(\alpha), \alpha) = s(m(\alpha'), \alpha')$ entonces $\pi_1(\alpha) = \pi_{1R}(\alpha')$ y $\pi_2(\alpha) = \pi_{2R}(\alpha')$.
No hay pérdida de generalidad si se asume que los candidatos que tienen la misma probabilidad de elección en la de primera etapa hacen la misma campaña electoral (3) pueden ser escrito como
(4) $s(m(\alpha), \alpha) = s(m(\alpha'), \alpha') \Rightarrow m(\alpha) = m(\alpha')$.

Los pools electorales y políticos están conexos en equilibrios monotónicos. Esta propiedad ayuda a librarnos de equilibrios inverosímiles. Por ejemplo las situaciones en las cuales los centristas y los moderatos presentan diversas plataformas electorales, pero pero centristas y extremista hacen la misma campaña.

A lo largo del capitulo dedicaremos nuestra atención a los equilibrios monotónicos y simétricos. Entonces, en el análisis, es suficiente considerar solamente uno de los dos candidatos. Analizaremos las estrategias de R omitiendo el subíndice , cuando no hay riesgo de ambigüedad. Al mismo tiempo utilizaremos $s(\alpha)$ por $s(m(\alpha), \alpha)$, $\pi_1(\alpha)$ por $\pi_1(m_R(\alpha), m_L(\cdot))$ y $\pi_2(\alpha)$ por $\pi_2(m(\alpha), s(\alpha))$..

1.3 Resultados preliminares sobre los equilibrios monotónicos

El primer resultado proporciona una razón adicional que hace del equilibrio monotónico una opción razonable en este ambiente. Cualquier equilibrio electoral es, localmente, monotónico. En cualquier equilibrio electoral, en cada pool electoral las políticas son monotónicas y las probabilidades de elección de la segunda etapa son decrecientes.

Lema Sea $m \in P$ un mensaje electoral. Entonces en cualquier equilibrio simétrico::
(i) $s(\alpha, m)$, es creciente en $\Omega(m)$.
(ii) $\pi_2(m, s(\alpha))$ es decreciente en $\Omega(m)$[3].
Vale el resultado simétrico por L.

[3] Property (i) holds in any electoral equilibrium, either symmetric or asymmetric. It follows from the proof of the result.

Sigue que

Corolario En cualquier equilibrio no monotónico la campaña electoral es significativa.

En cualquier equilibrio monotónico, si los tipos (α_1, α_2)pertenecen al mismo pollo de polticas, entonce existe un conjunto de politicas que no se utilizan. Este resultado será utilizado con frecuencia. Implica que la función de política tiene una discontinuidad en el extremo de cualquier pool político.

Lema Sea $s \in [0, D]$ una política y sea $\alpha_1 < \alpha_2$. Si $s(\alpha) = s$ para todos los $s \in (\alpha_1, \alpha_2)$ y $m(\alpha) = m$ entonces existe $h > 0$ tal que las politica $(s, s + h)$ no se utilizan o $s(\alpha) = s$ en $((\alpha_2, D)]$.

El resultado siguiente revela que la amenaza de la no-reelección es eficaz Para no disminuirla el politico en el cargo pondrá en ejecución una política más centrista que su preferida.

Lema En un equilibrio monotónico, si $s\,(\alpha)$ es separadora en $[\alpha_1, \alpha_2)$ entonces $s(\alpha) \neq \alpha$ en $[\alpha_1, \alpha_2)$. Además $s\,(\alpha) < \alpha$ en $[\alpha_1, \alpha_2)$.

Este hecho implica que no existe un equilibrio separador.

Proposición No existe un equilibrio separador. en politicas Entonces no existe un equilibrio separador..

Prueba Sino, por el Lema 1.3 $s(0) > 0$. Entonces $s(0) > 0$ se desviaría imitando 0, poequé crecería su probabilidad de ser elegida y le ahorraría costes politicos, una contradicción. Cad equilibrio separador es equivalente a un equilibrio monotónico entonces desde este resultado sigue el segundo.

1.4 El refinamientoMD1

En esta sección presentamos un refinamiento, introducido por Bernheim y Severinov (2003) y estudiados también en Kartik (2005) para los juegos que donde hay mensajes costosos y mensajes que no lo son.Diferentemente de Kartik (2005) en nuestro modelo hay dos remitentes y el tipo del receptor es desconocido. Además la etapas donde se envián los distintos mensajes es no son simultáneoa. Entonces adaptamos el refinamiento a nuestro marco. Lo aplicamos solamente a las políticas que nunca se utilizan en equilibrio.

Antes de definir el criterio MD1 presenta alguna notación. Referiremos a la probabilidad más baja y más alta de la elección, después de una política. Para todos los $s \in [0, D]$ sea

$$
\begin{aligned}
\pi_{lR}(s) &= \sup_{s_R(\alpha)>s} \pi_{2R}(\alpha) \text{ if } s_R\,(\alpha) > s \text{ for some } \alpha \in [0, D] \\
\pi_{lR}(s) &= \pi_{2R}(D, f(\cdot)) \text{ otherwise}
\end{aligned}
$$

y

$$\begin{aligned}
\pi_{hR}(s) &= \inf_{s_R(\alpha)<s} \pi_{2R}(\alpha), \text{ if } s_R(\alpha) < s \text{ for some } \alpha \in [0, D] \\
\pi_{hR}(s) &= \pi(0, f(\cdot)) \text{ otherwise}
\end{aligned}$$

Se definen simétricamente límites análogos para el candidato . L.

Definición Un equilibrio electoral satisface el **criterio MD1** si
(1) Es monotónico
(2) Sea $m = (m_R(\beta_R), m_L(\beta_L))$ para elgun $(\beta_R, \beta_L) \in P_R \times P_L$ y sea $s \in [0, D]$ con $\mu(s \mid \beta_R, \beta_L) = 0$ para todos los $(\beta_R, \beta_L) \in P_R \times P$. Asuma que existe un conjunto no vacío de tipos, $\Omega \subset [0, D]$ tales que, para cada $\alpha \notin \Omega$, existe algun $\alpha' \in \Omega$ tal que para todos los $\pi \in [\pi_{lR}(s), \pi_{hR}(s)]$:
$\pi_{1R}(\beta)\left(y - k(s-\alpha)^2 + \pi\delta y\right) \geq \pi_{1R}(\alpha)\left(y - k(s_R(\alpha) - \alpha)^2 + \pi_2(\alpha)\delta y\right) \Longrightarrow$
$\pi_{1R}(\beta)\left((y - k(s-\alpha')^2 + \pi\delta y\right) > \pi_{1R}(\alpha')\left(y - k(s_R(\alpha') - \alpha')^2 + \pi_2(\alpha')\delta y\right)$
entonces $\mu(\cdot, \cdot \mid m, s) = \mu_R(\cdot) f(\cdot)$ y $supp\mu_R(\cdot \mid m, s)) \subset \Omega$.
Se impone simétricamenteun requisito análogo al candidato L.

Si se substituye $[\pi_{lR}(s), \pi_{hR}(s)]$ por$[\pi(D, f(\cdot)), \pi(0, f(\cdot))]$ se habría una adaptación directa del criterio de Cho and Kreps (1987). (2) extende los requisitos del monotonía de las creencias de equilibrio. Si los elegidos implementan una política s, fuera del equilibrio, tendrían que esperar de de ser reelegidos reelección con probabilidad entre $\pi_{lR}(s)$ and $\pi_{hR}(s)$. El refinamiento asigna probabilidad positiva solamente a esos tipos que más se beneficien de esta desviación.

1.5 Caracterización y existencia del equilibrio

Si $s(\cdot)$ es creciente tiene a lo más un conjunto numerable de puntos de discontinuidad y es diferenciable, excluyendo no más de un conjunto numerable de puntos (véase a Royden (1988)). No hay pérdida de generalidad en si se asume que la campaña electoral es monotónica creciente y que $m(\alpha) = \alpha$ si α se está separando.

Sean $\alpha_1 < \alpha_2 < ... < \alpha_k < ...$ los puntos de discontinuidad de s_R.

Lema Si los tipos en (α_i, α_{i+1}) pertenecen al mismo pool de políticas entonces pertenecen al mismo pool electoral.

Prueba Sea $0 \leq \alpha < \alpha' < \alpha''$. SEa suma $(\alpha, \alpha') \subset (\alpha_i, \alpha_{i+1})$ envién un mensaje m y los tipos $(\alpha', \alpha'') \subset (\alpha_i, \alpha_{i+1})$ envén m' Sea $\alpha' + \varepsilon$ que imita $\alpha' - \varepsilon$. La ganancia en la proababilidad de ser elegido en la primera etapa es limitada por debajo por un número estrictamente positivo. La ganancia en la proababilidad de ser elegido en la segunda etapa es non negativa. Si $\varepsilon \to 0$ la pérdida en término de política va haciá 0 por continuidad así que la desviación sería provechosa si ε bastante pequeño. Una contradición.

Observe $\alpha = \arg\max_{\alpha'} \pi_1(\alpha')) \left[y - k\left(s(\alpha') - \alpha\right)^2 + \pi_2\left(\alpha'\right)\delta y\right]$
Así para casi todos los α

$$\pi_1'(\alpha)\left[y - k\left(s(\alpha) - \alpha\right)^2 + \pi_2\left(\alpha\right)\delta y\right] + \pi_1(\alpha))\left[-2ks'(\alpha))\left(s(\alpha) - \alpha\right) + \pi_2'\left(\alpha\right)\delta y\right] = 0 \quad (1.1)$$

Si los tipos (α', α'') hacen la misma campaña pero politicas distintas, $(\pi_1(\alpha)))' = 0$ entonces

$$\left[-2ks'(\alpha))\left(s(\alpha) - \alpha\right) + \pi_2'\left(\alpha\right)\delta y\right] = 0 \text{ en } \left(\alpha', \alpha''\right) \quad (1.2)$$

Observación si π_1 y π_2 son C^1 y decrecientes entonces ambos problemas con la condición final $S(D) = D$ tienen una sola solución tal que $s(\alpha) < \alpha$ en $(0, D)$ Sigue del Lema 1.8.2 en el Appendix (se vea también a Kartik (2005)).

Sea, para todos α, α' tales que, $m\left(\alpha\right) = m\left(\alpha'\right)$ y para todos los π

$$T(\alpha, \beta, s, \pi_2) = \pi_1(\beta)\left(y - k(s - \alpha)^2 + \pi_2\delta y\right) - \pi_1(\alpha)\left(y - k(s\left(\alpha\right) - \alpha)^2 + \pi_2\left(\alpha\right)\delta y\right)$$

Observación Se puede escribir (2)
Para todos los $m = (m_R(\beta_R), m_L(\beta_L))$ y los $s \in [0, D]$ con $\mu\left(s \mid \beta_R, \beta_L\right) = 0$ para todos los $(\beta_R, \beta_L) \in P_R \times P_L$. Si existe $\Omega \subset [0, D]$ tal que para cada $\alpha \notin \Omega$, si existe $\alpha' \in \Omega$ tal que $\pi \in [\pi_l(s), \pi_h(s)]$

$$T(\alpha, \beta, s, \pi_2) \geq 0 \Longrightarrow T(\alpha', \beta, s, \pi_2) > 0$$

entonces $\mu(\cdot, \cdot \mid m, s) = \mu_R(\cdot)f(\cdot)$, donde $supp\mu_R\left(\cdot \mid m, s\right)) \subset \Omega$.

Cuando no haya amibiguedad acerca de β, s, π_2 escribiremos $T\left(\alpha\right)$ por $T(\alpha, \beta, s, \pi_2)$ y $T'\left(\alpha\right)$ por $T_1(\alpha, \beta, s, \pi_2)$.
Desde 1.1 sigue

$$T'\left(\alpha\right) = 2k\left[\pi_1(\alpha)\left(\alpha - s\left(\alpha\right)\right) - \pi_1(\beta)\left(\alpha - s\right)\right] \quad (1.3)$$

Cada equilibrio MD1 se carateriza por un tipo de corte.

Proposición Cada equilibrio MD1 simétrico es esencialmente equivalente a un equilibrio donde existe $\alpha^* \in (0, D]$ con
(1) $s_R(\alpha) = 0$ en $[0, \alpha^*]$
(2) si $\alpha^* < D$ entonces $s_R(\alpha)$ es separador en $(\alpha^*, D]$ y $s_R(D) = D$.

Pdemos caracterizar todos los equilibrios simétricos MD1. Pueden ser de 4 tipos.
(i) **babbling:** todos los tipo hacen la misma campaña y implementan la mism política

(ii) **campaña no significativa, política significativa** todos los tipo hacen la misma campaña. Los más extremistas hacen una politica separadora
(iii) **campaña debilmente significativa** los centristas y los extrmistas hacen campañas distintas, los centristas implementan la misma politica, los extremistas se separan
(iv) **campaña significativa** los centristas hacen la misma camapaña y implementan la misma politica; los extremistas hacen una campaña y una política separadora
Más grande es k, más grandes es la posibilidad que la campaña electoral sea relevante. Los equilibrios donde la campaña es "expresiva" dconvergen asintoticámente a un equilibrio completamente de separación, en el cual se mantienen las promesas electorales

Teorema Un equilibrio simétrico MD1 existe. Existen $k_0 < k_1 < k_2$ y existen tres funciones decrecientes $\alpha_1(k), \alpha_2(k), \alpha_3(k)$ con $\lim_{k\to\infty} \alpha_i(k) = 0$ por $i = 1, 2, , 3$, tales que
(i) Si $k \leq k_0$ solo hay equilibria MD1 "pooling" donde $m(\alpha) = m(0)$ y $s(\alpha) = 0$ fpara todos los $\alpha \in [0, D]$. Si $k > k_0$ este equilibrio ya no es MD1.
(ii) Si $k_0 \leq k$ existe un equilibrio MD1 tal que $m(\alpha) = m(0)$ para cada $\alpha \in [0, D]$, $s(\alpha) = 0$ $\alpha \in [0, \alpha_1(k)]$, $s(\alpha)$ es separador en $(\alpha(k), D]$.
(iii) Si $k_1 \leq k$ existe un equilibrio MD1 donde $m(\alpha) = m(0)$ para cada $\alpha \in [0, \alpha_2(k)]$ y $m(\alpha) = m'$ para cada $\alpha \in [\alpha_2(k), D]$. $s(\alpha) = 0$ para cada $\alpha \in [0, \alpha_2(k)]$ y $s(\alpha)$ es separador en $(\alpha_2(k), D]$.
(iv) Si $k_2 \leq k$ existe un equilibrio MD1 donde $m(\alpha) = m(0)$ para cada $\alpha \in [0, \alpha_3(k)]$ y $m(\alpha) = \alpha$ para cada $\alpha \in [\alpha_3(k), D]$. $s(\alpha) = 0$ para cada $\alpha \in [0, \alpha_2(k)]$ y $s(\alpha)$ es separador en $(\alpha_3(k), D]$.
Cualquier equilibrio simétrico MD1 es esencialmente equivalente a uno de los equilibrios descritos arriba

La parte de existencia en el teorema1.5 se basa en las posibilidades de amenazar al titular de no confirmarla en en el cargo si no cumple su promesa electoral. Requiere que creencia ser correlacionadas fuera de la trayectoria del equilibrio. Es como si electores, cuando son traicionados por los politicos elegidos tengan dudas en la optimalidad de sus últimas acciones y sean tentados seriamente y racionalmente a votar el otro politico.

En todo caso en mundo real la decepción electoral tiene un efecto sobre los electores. El modelo que presentamos no captura este aspecto porque los choques idiosincrásicos que definen la posición exacta del votante mediano son independientes a través de períodos y sin correlación a las acciones. Pero tal efecto se puede introducir como cambio de la distribución de los votantes, correlacionada con el grado de cumplimiento electoral. Para hacer las cosas simples como sea posible se puede asumir que la distribución del votante mediano está cambiada hacía a la izquierda en el caso de un ganador de derechas, o a la derecha en el caso de un ganador de izquierdas de un factor $x \geq 0$, si el politico elegido se desvía de la política prevista . El lector puede verificar fácilmente que el enunciato del teorema anterior se mantiene si $x \geq D - \frac{D^2 - \int_0^D \beta f(\beta) d\beta}{D + \int_0^D \beta f(\beta) d\beta}$ (y con creencias indipendientes). .Con valores más pequeños serían necesarios k_i más grandes: sería más dificil inducir los extremista a no desviarse de sus promisas. Conjeturamos que un resultado similar se puede obtener también con un choque que sea continuamente dependiente de la distancia entre la política prevista y la implementada.

El refinamiento MD1 se aplica solamente a las políticas que tienen probabilidad cero. Hace contraerse dramáticamente el conjunto de equilibrios posibles. Como en Banks (1990), esto conduce a equilibrios caracterizados por un tipo único de corte.

La Proposición 1.3 se basa en un espacío limitado de tipos. A diferencia de Kartik (2005) aquí un espacío de tipos ilimitado no nos daría un resultado de separación Por supuesto obtendríamos la separación completa en la política, pero no en campaña. La razón es que, asintoticamente, las utilidades de los candidatos son nulas, así que es el efecto de las preocupaciones de carrera. Los candidatos muy extremistas serían incomparablemente mejores apagados maximizando su primera probabilidad de elección. La separación completa se podría obtener probablemente en el caso en el cual a los candidatos también le importa la política puesta en ejecución por los adversarios.

1.6 Conclusiones

Hemos presentado un modelo de competición electoral bajo información incompleta en la cual los candidatos cuidan del cargo y de la política. Introduciendo la información incompleta y los aspectos dinámicos de una elección doble hemos probado que la campaña electoral puede transmitir la información relevante a los votantes, aunque la campaña no sea costosa. En esta dirección abrimos una posibilidad de la implicación endógena de la política que innova Harrington (1992a). El resultado se basa en la preocupación de la carrera de los candidatos y entonces la amenaza de la no-reelección y la imposibilidad para que a los candidatos sostengan las políticas que son demasiado lejanas de sus ideales. Extiendendo Harrington (1993a) encontramos que no sólo la presión de la reelección sino también la motivación política puede dar importancia a las promesas electorales. También probamos que el oportunismo electoral centrista no puede ser eliminado totalmente, pero sí reducido cuanto má alto es el grado de implicación políica de los candidatos. Este resultado es consistente con la literatura empírica la cuál estima que solamente una parte (aunque relevante) de políticas responde a los compromisos electorales.

La investigación se puede ampliar en diversas direcciones. En un sentido hacia el estudio de modelos más complejos de competición. En nuestro modelo el “mundo termina” después de la segunda elección. El tener en cuenta interacciones repetidas debería hacer relevante una campaña electoral en la segunda etapa. Un modelo simple apropiado y realista sería el que está de una una "overlapping generation" de políticos que pueden permanecer en la oficina para un número fijo de términos. En este caso la campaña de los desafiadores sería relevante. La amenaza para la reelección impuesta ante el titular sería reforzada, y así el grado de la implicación.

Un campo parcialmente inexplorado está sobre la misma naturaleza de la campaña electoral. Se modela generalmente como un único mensaje electoral (costoso o menos). En realidad las campañas electorales son interacciones repetidas y más largas entre los electores y los políticos. Hay muchos mensaje, se dedican muchos recursos a sondear las intenciones y el gusto de los electores (véase por ejemplo a Alvarez (1998)). Esto es probablemente muy importante en la transmisión de información en dos direcciones: los partidos intentan producir información confiable y al mismo tiempo intentan conseguir información sobre los electores. Se ha demostrado (véase a Krishna y a Morgan (2004)) que el "cheap talk repetido" (conversación) amplía el sistema de los equilibrios del modelo de Crawford-Sobel.

1.7 Referencias

Alesina, A. (1988) Credibility and Policy Convergence in a Two-party System with Rational Voters *American Economic Review,* 78, 796-806

Alvarez, M. R. (1998) Information and Elections *Ann Harbor: University of Michigan Press.*

Aragonès, E., Palfrey, T. R. , and A. Postlewaite (2005) Reputation and Rhetoric in Elections *PIER Working Papers*, 05-021

Austen-Smith, D. and J. Banks (1989) Electoral Accountability and Incumbency *Models of Strategic Choice in Politics*, P. Ordeshook (ed.) Ann Harbor: University of Michigan Press

Austen-Smith, D. and J. Banks (2005) Positive Political Theory II: Strategy and Structure *Ann Harbor: University of Michigan Press*

Banks, J. and J. Sobel (1987) Equilibrium selection in Signalling Games *Econometrica*, 55, 647-661

Banks, J. (1990) A Model of Electoral Competition with Incomplete Information *Journal of Economic Theory* 50,309-325

Barro, R. (1973) The control of Politicians: An Economic Model *Public Choice*, 14,19-42.

Bernheim, B. D. and S. Severinov (2003) Bequests as Signals: An Explanation for the Equal division Puzzle *Journal of Political Economy* 111,733-764

Callander, S. and S. Wilkie (2005) Lies, Damned Lies and Political Campaigns *Working Paper*

Cho, I-K and D. Kreps (1987) Signalling Games and Stable Equilibria *Quarterly Journal of Economics*, 102,179-221

Crawford, V. and J. Sobel (1982) Strategic Information Transmission *Econometrica* 50,1431-145.1

Cukierman, A. and M. Tommasi (1998) When Does It Take a Nixon to Go to China? *American Economic Review,* 88,180-197.

Davis, H. T. (1962) Introduction to Nonlinear Differential and Integral Equations *Dove*r

Downs, A. (1957) An Economic Theory of Democracy *New York: Harper and Row*

Ferejohn, J. (1986) Incumbent Performance and Electoral Control *Public Choice*, 50,5-25

Fishel, J. (1985) Presidents & Promises *CQ Press, Washington DC*

Harrington, J.E (1992a) Modelling the Role of Information in Elections *Mathematical Computer Modelling,* 16, 133-145

Harrington, J.E (1992b) The Revelation of Information through the Electoral Process: An Exploratory Analysis *Economics an Politics*, 4, 255-275

Harrington, J.E (1993a) The Impact of Reelection Pressures on the Fulfillment of Campaign Promises *Games and Economic Behavior*, 5, 71-97

Harrington, J.E (1993b) Economic Policy, Economic Performance, and Elections *American Economic Review,* 83, 27-42

Hazan, R., Y. (1997) Centre Parties. Polarization and Competition in European Democracies *Continuum, London and New York*

Kartik, N. (2005) Information Transmission with Almost-Cheap Talk *Working Paper*

Krishna V. and J. Morgan (2004) The art of conversation: eliciting information from experts through multi-stage communication", *Journal of Economic Theory* 117,147-179

Matthews, S. A., M. Okuno-Fujiwara and M. Postlewaite (1991) Refining Cheap-Talk Equilibria *Journal of Economic Theory*, 55, 247-273

Pomper, G. M. (1980) Elections in America *Longman, New York*

Pontiriaguine L., (1969) Equatións Différentielles Ordinaires *Editions Mir, Moscou*

Royden, H. L. (1988) Real Analysis *Prentice Hall.*

1.8 Appendix

1.8.1 Sección 1.3

Prueba del Lema 1.3 Sea $0 \leq \alpha < \alpha'$. Sea $s = s(\alpha, m)$, $s' = s(\alpha', m)$, $\pi_2 = \pi_2(m, s(\alpha, m))$ y $\pi_2' = \pi_2'(m, s_1(\alpha', m)$.

(i) Por contadicción $s' < s$.. Por la compatibilidad por incentivos

$$\begin{aligned} -k(s-\alpha)^2 + \pi_2 \delta y &\geq -k(s'-\alpha)^2 + \pi_2' \delta y \\ -k(s-\alpha')^2 + \pi_2' \delta y &\geq -k(s-\alpha')^2 + \pi_2 \delta y \end{aligned}$$

o sea

$$\begin{aligned} (\pi_2 - \pi_2')\, \delta y + k\left[(s'-\alpha)^2 - (s-\alpha)^2\right] &\geq 0 \\ (\pi_2' - \pi_2)\, \delta y + k\left[(s-\alpha')^2 - (s'-\alpha)'^2\right] &\geq 0 \end{aligned}$$

Sumando las dos disegualidades

$$(s'-\alpha)^2-(s-\alpha)^2+(s-\alpha')^2-(s'-\alpha')\geq 0$$

Con algebra elemental

$$(\alpha-\alpha')\,(s-s')\geq 0$$

La tesis sigue por $\alpha<\alpha'$.
(ii) Por contadicción sea $\pi_2>\pi_2'$. De (i) y de la definición del equilibrio monotónico sigue que no puede ser el caso que α y α' separan o que α' haga pool con un otro tipo y α separa. Debe ser el caso que α está en algun pool y α'. De la Observación 1.2.2, el pool de α pertenece a un intervalo (α_1,α_2). En tal caso el votante mediano decisivo de α es $e(\alpha)=\frac{1}{2}\frac{\int_{\alpha_1 0}^{\alpha_2}\beta^2 f(\beta)d\beta-(F(\alpha_2)-F(\alpha_1))\int_0^D\beta^2 f(\beta)d\beta}{\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\beta f(\beta)d\beta+(F(\alpha_2)-F(\alpha_1))\int_0^D\beta f(\beta)d\beta}$ está mientras que es el votante mediano decisivo de $\alpha'>\alpha$, es $e(\alpha')=\frac{1}{2}\frac{\left(\alpha'\right)^2-\int_0^D\beta^2 f(\beta)d\beta}{\alpha'+\int_0^D\beta f(\beta)d\beta}>e\left(\alpha\right)$, una contradicción.

Prueba del Lema 1.3 De 1.2.2 $(3')$ $m(\alpha)=m$ en (α_1,α_2). No se pierde generalidad en asumir
$(\alpha_1,\alpha_2)\subset\Omega(m,s)\subset[\alpha_1,\alpha_2]$. De la monotonía $s(\alpha_2)\geq s$.
Se considere primero el caso $s(\alpha_2)>s$. Entonces la spolíticas en $(s,s(\alpha_2))$ no se utilizan.
Ahora sea $s(\alpha_2)=s$ y sea $\widehat{s}=\lim{}_{\alpha\searrow\alpha_2}s\left(\alpha\right)=\inf{}_{\alpha>\alpha_2}s\left(\alpha\right)$. Se observe que $s(\alpha)>s$ si $\alpha>\alpha_2$. Por contadicción sea $\widehat{s}=s$. Sea $\pi_{1\varepsilon}=\pi_1(\alpha_2+\varepsilon)$, $\pi_1=\pi_{10}$, $\pi_{2\varepsilon}=\pi_{2R}\alpha_2+\varepsilon)$, $\pi_2=\pi_{20}$. Tiene que ser $\pi_{2\varepsilon}<\pi_2$ y $0<\pi_{1\varepsilon}\leq\pi_1$para cada $\varepsilon>0$. $\pi_2-\pi_{2\varepsilon}$ es limitado por abajo por una constante positiva, c. Además $\left(s\left(\alpha_2+\varepsilon\right)-\left(\alpha_2+\varepsilon\right)\right)^2>\left(s-\alpha_2-\varepsilon\right)^2$ para todos los $\varepsilon>0$ Sino $\alpha_2+\varepsilon$ podría desviarse con provecho imitando α_2.
Para todo $0<\varepsilon<\varepsilon^*$ sean
$L(\varepsilon)=\pi_1\left(y-k\left(s-\alpha_2-\varepsilon\right)^2+\pi_2\delta y\right)-$
$\pi_{1\varepsilon}\left\{y-k\left[s\left(\alpha_2+\varepsilon\right)-\left(\alpha_2+\varepsilon\right)\right]^2+\pi_{2\varepsilon}\delta y\right\}$
$L(\varepsilon)$ es la perdida o laganancia de $\alpha_2+\varepsilon$ imitando a α_2. Tiene que ser $L(\varepsilon)\leq 0$ para todo $\varepsilon>0$.
$L(\varepsilon)\geq\pi_1 k\left[\left(s\left(\alpha_2+\varepsilon\right)-\left(\alpha_2+\varepsilon\right)\right)^2-\left(s-\alpha_2-\varepsilon\right)^2\right]+\pi_{1\varepsilon^*}(\pi_2-\pi_{2\varepsilon})\delta y\geq$
$\pi_1 k\left[\left(s\left(\alpha_2+\varepsilon\right)-\left(\alpha_2+\varepsilon\right)\right)^2-\left(s-\alpha_2-\varepsilon\right)^2\right]+\pi_{1\varepsilon^*}c\delta y.$
$\inf_{\varepsilon>0}\pi_1 k\left[\left(s\left(\alpha_2+\varepsilon\right)-\left(\alpha_2+\varepsilon\right)\right)^2-\left(s-\alpha_2-\varepsilon\right)^2\right]=0$, si ε es lo bastante pequeño $L(\varepsilon)>0$, una contradicción.

Prueba del Lema 1.3 Por contradicciónn sea $s(\widehat{\alpha})=\widehat{\alpha}$ para algun $\widehat{\alpha}\in(\alpha_1,\alpha_2)$. Sea $\varepsilon\geq 0$ y sea $\pi_{1\varepsilon}=\pi_1\left(\widehat{\alpha}+\varepsilon,\right)$, $\pi_1=\pi_1$, $\pi_{2\varepsilon}=\pi_{2R}\left(\widehat{\alpha}+\varepsilon\right)$ $\pi_2=\pi_{20}$. Com s es creciente $\pi_{2\varepsilon}<\pi_2$ y $\pi_{1\varepsilon}\leq\pi_1$para todo $\varepsilon>0$. Sea $L(\varepsilon)$ la

perdida o laganancia de $\widehat{\alpha}+\varepsilon$ imitando a $\widehat{\alpha}$. $L(\varepsilon) \leq 0$ para tosos los $\varepsilon > 0$.
$L(\varepsilon) = \pi_1 \left(y - k\varepsilon^2 + \pi_2\delta y\right) - \pi_{1\varepsilon} \left\{y - k\left[s\left(\widehat{\alpha}+\varepsilon\right) - \left(\widehat{\alpha}+\varepsilon\right)\right]^2 + \pi_{2\varepsilon}\delta y\right\}$
$L(\varepsilon) \geq \pi_1 \left(y - k\varepsilon^2 + \pi_2\delta y\right) - \pi_{1\varepsilon}\left\{y + \pi_{2\varepsilon}\delta y\right\} \geq \pi_{1\varepsilon^*}\left[-k\varepsilon^2 + \left(\pi_2 - \pi_{2\varepsilon}\right)\delta y\right]$,
para algun $\varepsilon^* > 0$. $\pi_{1\varepsilon^*} > 0$ y $\pi_{2\varepsilon} = \pi(\widehat{\alpha}+\varepsilon, f(\cdot))$.
Sea $B(\varepsilon) = \pi_{1\varepsilon^*}\left[-k\varepsilon^2 + \left(\pi_2 - \pi_{2\varepsilon}\right)\delta y\right]$
$\frac{dB(\varepsilon)}{d\varepsilon} = -\pi_{1\varepsilon^*}\left(2k\varepsilon + \frac{d\pi_{2\varepsilon}}{d\varepsilon}\right)$
$\frac{dB(\varepsilon)}{d\varepsilon}_{|\varepsilon=0} = -\pi_{1\varepsilon^*}\left(\frac{d\pi(\widehat{\alpha}+\varepsilon, f(\cdot))}{d\varepsilon}_{|\varepsilon=0}\right) > 0$ de 1.2.1. Como $B(0) = 0$ entonce $B(\varepsilon) > 0$ para ε lo suficiente pequeño. Entoces $\widehat{\alpha}+\varepsilon$ podría desviarse con provecho imitando a $\widehat{\alpha}$, con ε lo suficiente pequeño, una contradicción. By contradiction assume $s(\alpha) > \alpha$. Consider type $\alpha' = s(\alpha) > \alpha$. By monotonicity $s(\alpha') > s(\alpha)$ because agents in $[\alpha_1, \alpha_2)$ separate. But then α' can profitably imitate α: the probabilities of election at both stages increase (weakly) and she would not pay policy costs.

1.8.2 Sección 1.5

Lema Sea f una función C^1 en $[0, D] \times B$ donde B es un intervalo $[0, D] \subsetneqq B \subset (-\infty, D]$. Sea f negativa en B. Entonces existe una solución, definidad en todo $[0, D]$, al problema: $\left\{\begin{array}{c} y'(x)(y-x) = f(x, y(x)) \\ y(D) = D \\ y(x) \leq x \end{array}\right.$.
Si existe $\delta > 0$ con $f_y(x, y) \geq 0$ $(x, y) \in \{(x, y) \in B : ||(x, y) - (D, D)|| < \delta,\ y < x,\}$, entonces la solución es unica.

Prueba Sea y_ε la solución de
$\left\{\begin{array}{c} y'(x)(y(x) - x) = f(x, y(x)) \\ y(D) = D - \varepsilon \end{array}\right.$
que existe y es unica.$y_\varepsilon(x)$ se puede extender en $[0, D)$.Para esto es suficiente demonstra que no existe $x^* \in [0, D)$, con $lim_{x\to x^*} y'_\varepsilon(x) = \infty$. En este caso se aplican.los teoremas clásicos de extensión Primero observe que si se define y_ε y es C^1 en el intervalo $(x^*, D]$, de $y_\varepsilon(D) = D - \varepsilon$ y $y'_\varepsilon(x)(y_\varepsilon(x) - x) < 0$ sigue $y'_\varepsilon(x) > 0$ y $y_\varepsilon(x) < x$ en $(x^*, D]$. Si $lim_{x\to x^*}\ y'_\varepsilon(x) = \infty$, entonces $y_\varepsilon(x) \to x^*$ cuando $x \to x^*$. Para $\delta > 0$ bastante pequeño $y'_\varepsilon(x) > 2$ en $(x^*, x^* + \delta]$. Entonces sea deje . Por el teorema del valor intermedio $y_\varepsilon(x^* + \delta) - (x^* + \delta) = y_\varepsilon\left(x^* + \delta'\right) - \left(x^* + \delta'\right) + y'_\varepsilon\left(x^* + \delta''\right)\left(\delta - \delta'\right)$ para algun $\delta' < \delta'' < \delta$. Pero entonces $y_\varepsilon(x^* + \delta) - (x^* + \delta) > y_\varepsilon\left(x^* + \delta'\right) - \left(x^* + \delta'\right) + 2\left(\delta - \delta'\right)$..Sea $\delta' \to 0$. De las observaciones anteriores sigue que el lado derecho converge a 2δ mientras que el lado izquierdo es independiente de δ' . Entonces $y_\varepsilon(x^* + \delta) - (x^* + \delta) > 2\delta > 0$, que da una contradicción. $y_\varepsilon(x)$ es C^1 con respecto a ε en $[0, D)$ (Pontiriaguine (1969), cap. 23). . Además la familia $\{y_\varepsilon\}_{\varepsilon>0}$ es uniformemente limitada en cada intervalo $[0, D - \delta]$, $0 < \delta < D$, si no fuera convergente para $\varepsilon \to 0$, para un cierto $x \in [0, D)$, del teorema de Ascoli-Arzelá no se aplicaría. no en un cierto intervalo $[0, D - \delta]$. Sigue

$\sup_{\varepsilon>0} y'_\varepsilon = \infty$. Como arriba $y_\varepsilon(x) > x$ por un $\varepsilon > 0$.y un $x \in [0, D-\delta]$, una contradicción. y_ε converge uniformemente a alguno y en cada intervalo $[0, D-\delta]$. Por cada $\varepsilon > 0$ y_ε satisface $y'(x)(y(x)-x) = f(x, y(x))$, y'_ε converge uniformemente a alguna z continua . De los teoremas clásicos de convergencia uniforme entonces satisface $y' = z$. El teorema local de existencia y unicidad implica que y independiente de δ. y es definido y diferenciable en $[0, D)$ y satisface .$y'(x)(y(x)-x) = f(x, y)$ porque cada uno de los $y_\varepsilon(x)$ la satisface. $y(x) < x$ en $[0, D)$ sino $y'(x) \to \infty$ para $x \to x^*$ para algun $x^* < D$, encontra de la convergencia uniforme de y'_ε. La pieza de la existencia se proba poniendo $y(D) = \lim_{x\to D} y(x) = D$. Ahora asuma que que f, g satisfacen las características locales definidas en el texto . Por la contradicción asuma que hayan dos soluciones distinta y y z El teorema local de existencia y de unicidad implica que los gráficos de las funciones se cruzan solamente en (D, D). No hay pérdida de generalidad entonces si se asume $y(x) < z(x)$ en $[0, D)$. Entonces $y'(x) > z'(x)$ para $x \in [D-\delta, D)$ si $0 < \delta < D$, es pequeño. Si x se acerca a D tenemos $z'(x)(z(x)-x) \geq y'(x)(y(x)-x) = f(x, y(x)) \geq f(x, z(x))$, con por lo menos, una desigualdad estricta, una contradicción porque z soluciona el problema dado.

Lema En un equilibrio MD1 simétrico
(i) $s(0) = 0$
(ii) Si los tipos en (α_i, α_{i+1}) estan en el mismo pool político entonces los tipos en $(\alpha_{i+1}, \alpha_{i+2})$ se separan.
(iii) Si los tipos en (α_i, α_{1+1}) se separan entonces $\alpha_{i+1} = D$
(iv) $s(D) = D$

Prueba Si $i = 1, ...$, sean $\underline{s_i} = \lim_{\alpha\nearrow\alpha_i} s(\alpha)$, $\overline{s_i} = \lim_{\alpha\searrow\alpha_i} s(\alpha)$. Sean $\underline{s_0} = 0$, $\overline{s_0} = s(0)$ $\underline{s_D} = \lim_{\alpha\nearrow D} s(\alpha)$ y $\overline{s_D} = s(D) \leq D$. $\underline{s_i} < \overline{s_i}$ por $i = 1, 2..$ y $\underline{s_0} \leq \overline{s_0}$, $\underline{s_D} \leq \overline{s_D}$. Por la monotonía, para $i = 1, 2...$, $s \in (\underline{s_i}, \overline{s_i})$ $T_1(\alpha, \beta, s, \pi) < 0$ si $\alpha > \alpha_i$ y $T_1(\alpha, \beta, s, \pi) > 0$ si $\alpha < \alpha_i$. Entonces de la Condición (2) $\mu(\alpha_i \mid m(\beta), s) = 1$ porqué T crece si $\alpha \to \alpha_i$. Si $s \in (\underline{s_0}, \overline{s_0})$ y $\alpha > 0$, $T_1(\alpha, \beta, s, \pi) < 0$ entonces $\mu(\alpha_i \mid m(\beta), s) = 1$. Para todos los $s \in (\underline{s_D}, \overline{s_D}) \cup (\overline{s_D}, D)$, $T_1(\alpha, \beta, s, \pi) > 0$ entonces para todos los $s \in (\underline{s_D}, \overline{s_D}) \cup (\overline{s_D}, D)$, $\mu(D \mid m(\beta), s) = 1$.
(i) Por contradicción $s(0) > 0$. Si ε es $\mu(0 \mid m(0), \varepsilon) = 1$. entonces ε desviaría hacía $(m(0), \varepsilon)$.
(ii) Sea $s^* = s(\alpha)$ para todos los $\alpha \in (\alpha_i, \alpha_{i+1})$..Si los $(\alpha_{i+1}, \alpha_{i+2})$ hacen pool, si ε es bastante pequeño, $\alpha_{i+1} + \varepsilon$ desviaría hacía deviate by la política $\overline{s_i} - \delta$, δ pequeño. $\mu(\alpha_{i+1} \mid m(\alpha_{i+1} + \varepsilon), \overline{s_i} - \delta) = 1$. La perdida en terminos políticos es infinitésima y la ganancia en terminos de probabilidad de elección es limitada hacía abajo de una constante posítiva.
(iii) Si los tipos en (α_i, α_{i+1}) se separan y los en $(\alpha_{i+1}, \alpha_{i+2})$ hacen pool entonces $\alpha_{i+1} + \varepsilon$ puede desviarse hacía $(m(\alpha_{i+1} - \varepsilon), \overline{s_i} - \delta)$. $\mu(\alpha_{i+1} \mid (m(\alpha_{i+1} - \varepsilon), \overline{s_i} - \delta)) = 1$. Si δ es pequeño, la perdida en terminos políticos es compensada por la ganancia en probabilidad de elección. Si los tipos

en (α, α_{i+1}) hacen pool entonces, por ε pequeño $\alpha_{i+1} + \varepsilon$ puede desviarse hacía $\overline{s_i} - \delta$, δ pequeño. $\mu(\alpha_{i+1} \mid m(\alpha_{i+1} + \varepsilon), \overline{s_i} - \delta) = 1$ La perdida en politícas es del orden de δ^2, la ganancia en probabilidad de la segunda elección es limitada hacía abajo de una constante posítiva.
(iv) Si $s(D) < D$, $\mu(D \mid m(D), D) = 1$, porqué, para todos los $s \in (s(D), D)$ tiene un maximo entre s and D . Entonces D puede desviarse hacía $D - \varepsilon$, $\varepsilon < D - s(D)$.

Prueba de la Proposición 1.5 Es suficiente probar que $\alpha^* > 0$. Si $\alpha^* = 0$, entoces se tendría un equilibrio MD1 con polticas separadoras en contra de 1.3.

Prueba del Teorema 1.5 Asumiremos siempre que siempre que la creencia no sea impuesta por consistencia Bayesian o por el refinamiento monotónico D1 si un candidato anuncia una política y pone una diversa política del equilibrio en ejecución entonces el votante mediano no la confirmará. Esto es consistente pues permitimos que las creencias sean correlacionadas. Consideremos las diversas posibilidades.

(a) La primera es que $\alpha^* = D$ de modo que el equilibrio sea equivalente a un equilibrio en el cual todos los hagan la misma politíca y la misma campaña y en ambas etapas se eligen con probabilidad $\frac{1}{2}$, y después el primera elección toda la piscina en la política . La rentabilidad para el tipo α es $\frac{1}{2}\left[\left(1+\frac{\delta}{2}\right)y - k\alpha^2\right]$. El equilibrio es MD1 si y solo $\frac{1}{2}\left[\left(1+\frac{\delta}{2}\right)y - kD^2\right] \geq \frac{1}{2}y$ y $\frac{\delta}{2}y - kD^2 \geq \delta y \pi_2(D)$, sino D podría desviarse y implentar la política D. O sea hasta que

$$k \leq \min\left\{\frac{y\delta}{2D^2}, y\delta\left(\frac{1}{2} - \pi_2(D)\right)\right\} = y\delta\left(\frac{1}{2} - \pi_2(D)\right) = k_0$$

donde $\pi_2(D) = \left[1 - G\left(\frac{1}{2}\frac{D^2 - \int_0^D \beta^2 f(\beta) d\beta}{D + \int_0^D \beta f(\beta) d\beta}\right)\right] < \frac{1}{2}$.
(b) La posibilidad es que $\alpha^* < D$, hacen pool en campaña.

En tal caso todos los tipos se eligen con probabilidad $\frac{1}{2}$ en la primera elección. En la segunda etapa el tipo $\alpha \in [0, \alpha^*]$ se elige con probabilidad

$$\pi_2([0, \alpha^*]) = [1 - G(e([0, \alpha^*], f(\cdot)))]$$

donde

$$e([0, \alpha^*], f(\cdot)) = \frac{1}{2}\frac{\int_0^{\alpha^*} \beta^2 f(\beta) d\beta - F(\alpha^*)\int_0^D \beta^2 f(\beta) d\beta}{\int_0^{\alpha^*} \beta f(\beta) d\beta + F(\alpha^*)\int_0^D \beta f(\beta) d\beta}$$

$-D < e([0, \alpha^*], f(\cdot)) < D$ para $\alpha^* > 0$ y $e([0, \alpha], f(\cdot))$ es creciente. Además $\lim_{\alpha^* \to 0^+} e([0, \alpha^*], f(\cdot)) = -\frac{1}{2}\frac{\int_0^D \beta^2 f(\beta) d\beta}{\int_0^D \beta f(\beta) d\beta} \in [-D, 0]$. $\lim_{\alpha^* \to D^-} e([0, \alpha^*], f(\cdot)) = 0$. Así $\pi_2(\alpha)$ es decreciente y diferenciable.

En el otro lado, un tipo $\alpha \in (\alpha^*, D]$ se elige en la segunda etapa con probabilidad

$$\pi_2(\alpha) = 1 - G(e(\alpha, f(\cdot)))$$

donde

$$e(\alpha, f(\cdot)) = \frac{1}{2}\frac{\alpha^2 - \int_0^D \beta^2 f(\beta)\, d\beta}{\alpha + \int_0^D \beta f(\beta)\, d\beta}$$

Tenemos que $-D < e([0,\alpha^*], f(\cdot)) < e(\alpha, f(\cdot)) < D.$. Así, si $\alpha > \alpha^*$, $e(\alpha, f(\cdot))$ es creciente y $\pi_2(\alpha)$ es decreciente y diferenciable.
Si $s(\alpha)$ es separador en $(\alpha^*, D]$ satisface

$$2ks'(\alpha))(s(\alpha) - \alpha) = \pi_2'(\alpha)\,\delta y$$

con $s(D) = D$. Además $\alpha^* = \alpha_1(k) > 0$ satisface

$$\left(\frac{1}{2} + \delta\pi_2([0,\alpha^*])\right) y - k\alpha^{*2} = \left(\frac{1}{2} + \delta\pi_2(\alpha^*)\right) y - k(s(\alpha^*) - \alpha^*)^2$$

Sea $H(\alpha) = \left(\frac{1}{2} + \delta\pi_2([0,\alpha])\right) y - k\alpha^2 - \left(\frac{1}{2} + \pi_2(\alpha)\delta\right) y + k(s(\alpha) - \alpha)^2$. $s(0) < 0$. So $H(0) > 0$. $H(D) = [\pi_2([0,D]) - \pi_2(D)]\,\delta y - kD^2 = \left[\frac{1}{2} - \pi_2(D)\right]\delta y - kD^2 \le 0$ si $k \ge k_0$. $H'(\alpha) < 0 = \frac{d\pi_2([0,\alpha])}{d\alpha}\delta y - 2ks(\alpha) < 0$. Existe un solo $\alpha_1(k) > 0$ así. Es facil ver que $s(\alpha_1(k)) > 0$ porqué si $s(\alpha) = 0$ entonces $H(\alpha) > 0$.
Con diferenciación implicita

$$\frac{dH(\alpha_1(k))}{dk} = H_\alpha(\alpha_1(k))\frac{d\alpha_1(k)}{dk} + H_k(\alpha_1(k)) = 0$$

entonces

$$\frac{d\alpha_1(k)}{dk} = \frac{-H_k(\alpha_1(k))}{H_\alpha(\alpha_1(k))} = -\frac{s^2(\alpha_1(k)) - 2\alpha_1(k)s(\alpha_1(k))}{\frac{d\pi_2([0,\alpha_1(k)])}{d\alpha}\delta y - 2ks(\alpha_1(k))} < 0$$

y $\alpha_1(k)$ es decreciente en k.
De $H(\alpha_1(k)) = 0$ sigue que $\alpha_1(k) \to 0$ as $k \to \infty$.
(3) Una otra posibilidad es que hayan dos pools electorales $[0,\alpha]$ y$(\alpha^*, D]$, con los ultimos que se separan en políticas. las probabilidades de elección de los tipos en $[0,\alpha^*)$ son

$$\overline{\pi}_1([0,\alpha^*]) = \frac{1}{2}F(\alpha^*) + (1 - F(\alpha^*))\,[1 - G(e([0,\alpha^*), (\alpha^*, D]))]$$

y $\pi_2([0,\alpha^*))$, respectivamente, donde

$$\begin{aligned}(e([0,\alpha^*), (\alpha^*, D])) &= \frac{1}{2}\frac{(1-F(\alpha^*))\int_0^{\alpha^*}\beta^2 f(\beta)\,d\beta - F(\alpha^*)\int_{\alpha^*}^D \beta^2 f(\beta)\,d\beta}{(1-F(\alpha^*))\int_0^{\alpha^*}\beta^2 f(\beta)\,d\beta + F(\alpha^*)\int_{\alpha^*}^D \beta^2 f(\beta)\,d\beta} \\ & \frac{1}{2}\frac{\int_0^{\alpha^*}\beta^2 f(\beta)\,d\beta - F(\alpha^*)\int_0^D \beta^2 f(\beta)\,d\beta}{\int_0^{\alpha^*}\beta^2 f(\beta)\,d\beta + F(\alpha^*)\left[\int_{\alpha^*}^D \beta^2 f(\beta)\,d\beta - \int_0^{\alpha^*}\beta^2 f(\beta)\,d\beta\right]}\end{aligned}$$

$G\left(e\left([0,\alpha^*), (\alpha^*, D]\right)\right) \leq \frac{1}{2}$, porqué $e\left([0,\alpha^*), (\alpha^*, D]\right) \leq 0$.
las probabilidades de elección de los tipos en $(\alpha^*, D]$ son

$$\overline{\pi}_1\left((\alpha^*, D]\right) = \left(F(\alpha^*)\right)\left(1 - G\left(e\left((\alpha^*, D], [0,\alpha^*)\right)\right)\right) + \frac{1}{2}\left(1 - F(\alpha^*)\right)$$

y $\pi_2(\alpha)$ donde

$$e\left((\alpha^*, D], [0,\alpha^*)\right) = \frac{1}{2}\frac{F(\alpha^*)\int_{\alpha^*}^{D}\beta^2 f(\beta)\, d\beta - (1 - F(\alpha^*))\int_0^{\alpha^*}\beta^2 f(\beta)\, d\beta}{F(\alpha^*)\int_{\alpha^*}^{D}\beta^2 f(\beta)\, d\beta + (1 - F(\alpha^*))\int_0^{\alpha^*}\beta^2 f(\beta)\, d\beta}$$

Por la simétria de G, $G\left(e\left([0,\alpha^*), (\alpha^*, D]\right)\right) = 1 - G\left(e\left((\alpha^*, D], [0,\alpha^*)\right)\right) = 1 - G \leq \frac{1}{2}$ entonces

$$\overline{\pi}_1\left((\alpha^*, D]\right) = \left(F(\alpha^*)\right)\left(G\left(e\left([0,\alpha^*), (\alpha^*, D]\right)\right)\right) + \frac{1}{2}\left(1 - F(\alpha^*)\right)$$

y $\overline{\pi}_1\left([0,\alpha^*]\right) = \overline{\pi}_1\left((\alpha^*, D]\right) + \frac{1}{2} - G\left(e\left((\alpha^*, D], [0,\alpha^*)\right)\right) \geq \overline{\pi}_1\left((\alpha^*, D]\right)$.
Como antes $(\alpha^*, D]$ s debe satisfacer

$$2ks'(\alpha))\left(s(\alpha) - \alpha\right) = \pi_2'(\alpha)\,\delta y$$

y α^* $\overline{\pi}_1[0,\alpha^*]\left[1 + \pi_2\left([0,\alpha^*]\right)\delta y - k\alpha^{*2}\right] =$
$\overline{\pi}_1\left((\alpha^*, D]\right)\left[1 + \pi_2(\alpha^*)\,\delta y - k\left(s(\alpha^*) - \alpha^*\right)^2\right]$
Sea $H(\alpha, k) = \left\{\left(\overline{\pi}_1\left([0,\alpha^*]\right) + \delta\pi_2\left([0,\alpha^*]\right)\right) y - k\alpha^{*2}\right\} -$
$-\left\{\left(\overline{\pi}_1\left((\alpha^*, D]\right) + \pi_2(\alpha^*)\,\delta\right) y - k\left(s(\alpha^*) - \alpha^*\right)^2\right\}$
Como arriba una solucción (unica) de $H(\alpha_2(k), k) = 0$ existe si y solo si $H(D) > 0$ o sea si y solo si $k \geq k_1^* > k_0$ donde $H(D, k_1^*) = 0$. $\alpha_2(k)$ es decreciente y $\alpha_2(k) \to 0$ as $k \to \infty$.
Hay que verificar que D no quiere imitar $\alpha_2(k)$ en la campaña y implementar D o sea que
$\overline{\pi}_1[0, \alpha_2(k)]\, y \leq \overline{\pi}_1\left((\alpha_2(k), D]\right)\left[(1 + \pi_2(D))\,\delta y\right]$, o $\frac{1}{2} - G - \overline{\pi}_1(\alpha_2(k), D)\,\pi_2(D)\,\delta \leq$

0, pero $\overline{\pi}_1(\alpha_2(k), D) = -F(\alpha_2(k))\left(\frac{1}{2} - G\right) + \frac{1}{2}$. Entonces la condición es$\left(\frac{1}{2} - G\right)\left(1 + F(\alpha_2(k))\,\pi_2(D)\,\delta\right) \leq \frac{\pi_2(D)\delta}{2}$. Se considere $R(\alpha) = \left(\frac{1}{2} - G\left(e\left([0,\alpha), (\alpha, D]\right)\right)\right)\left(1 + F(\alpha)\,\pi_2(D)\,\delta\right) - \frac{\pi_2(D)\delta}{2}$. $R(0) = -\frac{\pi_2(D)\delta}{2} < 0$, $R' > 0$. Como $\alpha_2(k) \searrow 0$ as $k \to \infty$, existe un $k^* > 0$ tal que este equilibrio existe port $k \geq k^*$. Sea $k_1 = \max\{k^*, k_1^*\}$.
(d) La ultima posibilidad es que los tipos en $[0, \alpha^*]$ hacen pool en campaña y en política, y los en $(\alpha, D]$ separan en campaña y en política. La probabilida de elección en la primera etapa, de los tipos en $[0, \alpha^*]$ es

$$\pi_1([0, \alpha^*]) = \frac{1}{2}F(\alpha^*) + \int_{\alpha^*}^{D}\left[1 - G\left(e\left([0,\alpha^*], \beta\right)\right)\right] f(\beta)\, d\beta$$

donde

$$e\left([0,\alpha^*], \alpha\right) = \frac{1}{2}\frac{\int_0^{\alpha^*}\beta^2 f(\beta)\, d\beta - F(\alpha^*)\alpha^2}{\int_0^{\alpha^*}\beta^2 f(\beta)\, d\beta + F(\alpha^*)\alpha}$$

$e\left([0,\alpha^*],\alpha\right) < 0$ como $\alpha > \alpha^*$. Entonces $G\left(e\left([0,\alpha^*],\alpha\right)\right) < \frac{1}{2}$.
Si $\alpha^* < \alpha < D$ entonces la probabilidad de elección sería

$$\pi_1(\alpha) = F(\alpha^*)\left(1 - G\left(e\left(\alpha,[0,\alpha^*]\right)\right)\right) + \frac{1}{2}\int_{\alpha^*}^{D}\left[1 - G\left(\frac{\beta+\alpha}{2}\right)\right] f\left(\beta\right)d\beta$$

donde

$$e\left(\alpha,[0,\alpha^*]\right) = \frac{1}{2}\frac{F(\alpha^*)\alpha^2 - \int_0^{\alpha^*}\beta^2 f\left(\beta\right)d\beta}{\int_0^{\alpha^*}\beta^2 f\left(\beta\right)d\beta + F(\alpha^*)\alpha} = -e\left([0,\alpha^*],\alpha\right)$$

Así que $G\left(e\left(\alpha,[0,\alpha^*]\right)\right) = \frac{1}{2} + G\left(e\left([0,\alpha^*],\right)\right)$
Podemos escribir

$$\begin{aligned}\pi_1([0,\alpha^*]) &= \frac{1}{2}F(\alpha^*) + \int_{\alpha^*}^{D}\left[\frac{3}{2} - G\left(\beta, e\left([0,\alpha^*]\right)\right)\right] f\left(\beta\right)d\beta = \\ & \frac{3}{2} - F(\alpha^*) - \int_{\alpha^*}^{D}\left[G\left(\beta, e\left([0,\alpha^*]\right)\right)\right] f\left(\beta\right)d\beta\end{aligned}$$

s debe satisfacer
$\pi_1'(\alpha)\left[y - k\left(s(\alpha)-\alpha\right)^2 + \pi_2\left(\alpha\right)\delta y\right] +$
$\pi_1(\alpha))\left[-2ks'(\alpha))\left(s(\alpha)-\alpha\right) + \pi_2'\left(\alpha\right)\delta y\right] = 0$
Y $\alpha^* = \alpha_3\left(k\right)$ debe satisfacer $\pi_1\left([0,\alpha^*]\right)\left[1 + \pi_2\left([0,\alpha^*]\right)\delta y - k\alpha^{*2}\right] =$
$\pi_1\left(\alpha^*\right)\left[1 + \pi_2\left(\alpha^*\right)\delta y - k\left(s(\alpha^*)-\alpha^*\right)^2\right]$
Como arriba uno puede probar la existencia y unicidad de $\alpha_3\left(k\right)$ y de k_2.

Chapter 2

Implementación con Conjuntos Factibles y Preferencias Dependientes del Estado del Mundo: un Enfoque de Renegociación

En este capitulo se presenta un modelo de implementación basado en la idea que los agentes renegocian asignaciones irrealizables. Se caracteriza el conjunto máximo de las correspondencias de elección sociales que se pueden implementar en equilibrio de Nash con una clase de las funciones de renegociación que no recompensan los agentes por las infactibilidades. Este resultado se utiliza para estudiar la posibilidad de implementar la correspondencia Walrasiana en economías del intercambio y varias soluciones axiomáticas a los problemas de negociación y de bancarrota.

2.1 Introducción

Desde los artículos clásicos de Hurwicz en los años 70, se ha dedicado mucha atención al problema de implementar reglas de elección social cuando las preferencias son dependientes del estado del mundo (vease Jackson [2000]). En contraste, muy pocas contribuciones se han ocupado del problema de la implementación de reglas de elección social cuando el conjunto de asignaciones factibles es dependiente del estado del mundo. El problema es que, en este caso, algunos mensajes resultan en asignaciones infactibles. Así, tenemos que describir cómo tratar las asignaciones irrealizables. El enfoque estándar es diseñar un mecanismo dependiente del estado del mundo en el cual el planificador pueda a posteriori verificar si los jugadores están exagerando las dotaciones o las capacidades tecnológicas (por ejempol, pidiendo que pongan las dotaciones encima de la mesa). En el caso en el que haya un problema de infactibilidad los jugadores reciben un castigo muy severo (Hurwicz et al. [1995], Tian [1993], Tian y Li [1995], Hong [1995], [1996], [1998], Serrano y Vohra [1997] y Dagan et al. [1999]).

Tenemos varias reservas acerca de este enfoque: los supuestos de una verificación a posteriori de la exageración, y de un castigo serio si se presenta la infactibilidad son algo extremas. Por otra parte, no está claro cómo proceder sin ellas. Este enfoque produce también una asimetría curiosa entre los mecanismos que tratan de preferencias dependientes del estado ("demanda") y los mecanismos donde las dotaciones dependientes del estado ("oferta"). Las primeras son independientes del estado del mundo pero las segundas no lo son. Finalmente, los mecanismos que implementan son difíciles de describir así que puede ser costoso utilizarlos.

En este artículo presentamos un modelo basado en la idea que las asignaciones infactibles se renegocian. Modelamos el proceso social que transforma asignaciones irrealizables en las factibles por medio de una función de reversión. Este concepto tiene su origen en Maskin y Moore (1999) y ha sido desarrollado por Jackson y Palfrey (2001). En estos artículos la función de la reversión formaliza el proceso de renegociación por medio de la cual los agentes negocian los bienes asignados por el mecanismo o vetan algunas asignaciones factibles. En nuestro caso, la función de la reversión representa la manera de la cual la sociedad reacciona a las asignaciones infactibles. La renegociación puede ser realizada institucionalmente o puede ser totalmente libre

[1]. Por lo tanto, las características que imponemos sobre la función de la reversión son muy diferentes de aquellas consideradas por la literatura anterior.

En este artículo suponemos que la información es completa. Éste es un enfoque neto que parece ser un buen candidato por un primer ensayo de nuestras ideas. Así nos concentramos en la implementación en equilibrio de Nash y asum-

[1] Un ejemplo llamativo es el de un sistema legislativo. Una vez que se detecten las infracciones hay instituciones diseñadas para castigar los transgresores y para restaurar la viabilidad. En nuestro caso podemos pensar que el conjunto factible incluya no solamente las asignaciones propiamente factibles, sino, también, todos los castigos y dispositivos adicionales que puedan ser administradas por las instituciones, así como los retrasos que puedan ocurrir.

imos que los agentes conocen la función de reversión. Por lo tanto la función de reversión induce nuevas preferencias, que serán denominadas preferencias revertidas (éste es el "principio de la translación" en Maskin y Moore [1999]). Las preferencias revertidas son dependientes del estado del mundo incluso si no lo son las preferencias. Por lo tanto, la implementación cuando el conjunto factible es dependiente del estado del mundo viene reconducida al caso de la implementación cuando solamente las preferencias son dependientes del estado del mundo. No obstante según lo comentado por Maskin y Moore, los "resultados de la literatura estándar son demasiado abstractos para dar una indicación clara de cuanto son serias las restricciones impuestas por la renegociación...".

Enfocamos nuestra atención en una clase funciones de reversión tales que, cuando se presente una infactibilidad por lo menos un agente está peor. Llamamos tales funciones, funciones de reversión que no recompensan. Las funciones de reversión consideradas antes no entran en esta clase porque suponen que la renegociación lleva los agentes a un estado mejor. La diferencia se explica por el hecho que en su caso, renegociación viene de la inhabilidad del mecanismo de impedir a los agentes que intercambien bienes de forma mutuamente beneficiosa. En nuestro caso la renegociación se presenta por la imposibilidad física de realizar los planes previstos de modo que alguien tiene que hacer un sacrificio para alcanzar la factibilidad. Un caso extremo de una función de reversión que no recompensa es cuando, cuando se presenta una infactibilidad, se castigan todos los agentes de modo que prefieran cualquier asignación sin el castigo a la situación en la cual se castigan. Esta forma severa de castigo - que llamaremos severo y generalizado se parece a el que esta implícitamente asumida en la literatura anterior, pero en nuestro caso juega solamente un papel instrumental: en el articulo demostramos que en la clase de las funciones de reversión que no recompensan, la función de reversión severa y generalizada implementa el conjunto más amplio de reglas de elección social (Proposición NonRewimpliesSevere</ref>).

Una simple aplicación del resultado clásico demuestra que la monotonía es una condición necesaria y casi suficiente para la implementación en equilibrio de Nash (observación 1), cuando las preferencias revertidas son inducidas por la función de reversión severa y generalizada. Así, nuestra primera tarea es caracterizar la monotonía. Demostramos que es equivalente a una forma débil de unanimidad y a una forma generalizada de consistencia en las contracciones (Proposición 2). La característica anterior es satisfecha por la mayoría de las reglas de elección social y el último es similar a la independencia de las alternativas irrelevantes de Nash. Luego, aplicamos el resultado anterior en varios entornos y comparamos nuestros resultados con los de la literatura anterior. En el caso de las economías de intercambio, la unanimidad débil se satisface de forma trivial por cualquier regla de elección social individualmente racional. Demostramos que la regla de asignación Walrasiana restringida satisface la consistencia generalizada en las contracciones y es así implementable (Proposición 3). Sin embargo el requisito de racionalidad individual que en Hurwicz et el al. (1995) es necesario y suficiente para la implementación factible, no es suficiente para la implementación en nuestro marco. La razón es que ellos suponen no solamente que los jugadores nunca exageran sus dotaciones. Puesto que un mecanismo se diseña para cada estado del mundo, se asume implícito que los jugadores nunca utilizan los mensajes diseñados para un diverso estado del mundo incluso si tales mensajes conducen a un resultado que sea factible en el estado actual del mundo. Después dedicamos nuestra atención a los problemas de negociación. Demostramos que si el punto del desacuerdo no es dependiente del estado del mundo la solución de Nash es implementable con una función de reversión que no recompensa (Proposición 4). Esto coincide con los resultados de Serrano (1997) y de Naeve (1999). También demostramos que la solución de Kalai-Smorodinski no es implementable. Finalmente consideramos problemas de imposición en los cuales el mecanismo tiene que recoger una cantidad dada de impuestos. Encontramos un resultado negativo: un método imposición es implementable si y solamente si es una dictadura en serie, es decir que los agentes están ordenados de forma que el primer agente pague el impuesto mínimo compatible con los agentes siguientes para poder terminar la cantidad requerida (Proposición 5). Este resultado negativo contrasta con los resultados permisivos obtenidos por Dagan et al. (1999). La diferencia con nuestro enfoque está que Dagan et al. (1999) asumen que informe enviado por los agentes importa para la renegociación y en nuestro caso no. Nuestro resultado sirve para destacar las consecuencias negativas de desatender los mensajes individuales (es decir una amnistía fiscal) incluso si todos los agentes enseñan sus dotaciones. El resto del papel se presenta de la forma siguiente: la sección 2 describe el modelo. La sección 3 introduce el concepto de función de reversión. Las secciones 4 y 5 estudian la implementación de reglas de elección social bajo el supuesto de que la función de reversión no recompense a los agentes. La sección 6 concluye.

2.2 El Modelo

En esta sección proporcionamos las definiciones principales. Primero describamos el entorno. Sea $I = \{1, ..., n\}$ el conjunto de agentes. Sea ω_i el tipo de i y Ω_i el conjunto de lo posible tipos de i. Sea $\Omega \subset \prod_{i=1}^{n} \Omega_i$ el conjunto de todos los estados posibles del mundo. Cada $\omega \in \Omega$ es caracterizado por una lista de conjuntos de asignaciones individuales $(X_1(\omega), ..., X_n(\omega))$, un conjunto factible $A(\omega) \subset \prod_{i=1}^{n} X_i(\omega) \equiv X(\omega)$ y un perfil y un perfile de preferencias $A(\omega) \subset \prod_{i=1}^{n} X_i(\omega) \equiv X(\omega)$. El conjunto de asignaciones de i puede incluir las sanciones que se pueden cargar a i y a otras restricciones tales como racionalidad individual, etc. $A(\omega)$ contiene todas las asignaciones factibles incluyendo los castigos que se presentan en estado ω. Sea $A \equiv \bigcup_{\omega \in \Omega} A(\omega)$. Sea $a = (a_1, ..., a_n) \in A$ una asignación, también denotada como (a_i, a_{-i}). Sea $A_i(\omega) = \{a_i \in X_i(\omega) : \exists\ a_{-i} \text{ t.q. } (a_i, a_{-i}) \in A(\omega)\}$sea la restricción de factibilidad del agente i. Observe que $A(\omega)$ puede ser escrito también . como $\bigcap_{i=1}^{n} \{a : a_i \in A_i(\omega)\}$. $R_i(\omega)$ es una relación de preferencia: una relación binaria completa, reflexiva y transitiva sobre $X(\omega)$. $P_i(\omega)$ denota la relación estricta correspondiente. Sea $L_i(a, \omega) = \{x \in A(\omega) : aR_i(\omega)x\}$ sea agente un conjunto de asignaciones debilmente peores que a en el estado ω. Sea

$\Re_i \equiv \cup_{\omega_i \in \Omega_i} R_i(\omega_i)$ el conjunto de las relaciones de preferencis admisibles de i. Sea $\Re = \prod_{i=1}^{n} \Re_i$. Con abuso de la notación, para cada perfil de preferencias $R \in \Re$, también denotaremos por R el perfil de preferencia que R induce sobre A. Una correspondencia $F : \Omega \twoheadrightarrow A$ tal que $F(\omega) \subset A(\omega)$ por cada $\omega \in \Omega$ será llamado una *regla de elección social* (RES) . Un mecanismo es un par (M, g) donde $M \equiv \prod_1^n M_i$ es el *espacio de los mensajes* y $g : M \to A$ es la *función de asignación*. M_i denota el espacio de los mensajes del agente i. Sea el $m = (m_1 .., m_n)$ sea una lista de mensajes también escrito (m_i, m_{-i}). Dado $\omega \in \Omega$, un mecanismo (M, g) induce un juego $(M, g, R(\omega))$. Un perfil del mensajes $m^* \in M$ es un equilibrio de Nash para $(M, g, R(\omega))$ si, para todo $i \in I$, $g(m^*)R_i(\omega)g(m^*_{-i}, m_i)$ por cada $m_i \in M_i$. $NE(M, g, R(\omega))$ denotará el conjunto de las asignaciones que resultan desde todos los equilibrios de Nash de $(M, g, R(\omega))$. El mecanismo (M, g) implementa F en equilibrio de Nash si, para cada $\omega \in \Omega$: $NE(M, g, R(\omega)) = F(\omega)$.

2.3 Funciones de Reversión

Puesto que las asignaciones que son factibles en algunos estados pueden no serlo en otros, tenemos que describir cómo la sociedad se ocupa de asignaciones irrealizables. Asumimos que si una asignación es irrealizable es transformada en factible por un proceso que puede implicar retrasos (porque la renegociación lleva tiempo), castigos, etc. Esta manera sistemática de de reasignación ocurre será llamada función de la reversión. Vea Amorós (2004) para un modelo con varias funciones de la renegociación. Esta reasignación puede corresponder a una "renegociación del libre-mercado" o a un proceso donde el planificador aplica una cierta clase de castigo o de una regla de bancarrota. Formalmente:

Definición Una función de la reversión es un mapa $h : A \times \Omega \to A$ tal que $\forall$ $\omega \in \Omega$, i) $h(a, \omega) \in A(\omega)$ $\forall a \in A$ and ii) If $a \in A(\omega)$, $h(a, \omega) = a$

Una función de la reversión rinde siempre las asignaciones factibles (condición i) arriba) y es tal que las asignaciones factibles no están renegociadas (la condición ii) arriba). La última condición se hace para separar la irrealizabilidad de la renegociación pura. Una interpretación tautológica de la última condición es que ese $A(\omega)$ es el conjunto de las asignaciones que no se renegocian? Si la función de reversión puede ser elegida por el planificador, bajo condiciones débiles, cualquier función de ellección social valorado se puede implementar como el ejemplo siguiente enseña:

Ejemplo Se asuma que hay un estado del mundo, ω', tal que el conjunto factible sea mas grande que en todos los otros estados, $A(\omega) \subset A(\omega')$, por cada $\omega \neq \omega'$. Entonces, cualquiera función de elección social tal que $F(\omega') \in A(\omega') \setminus \bigcup_{\omega' \neq \omega} A(\omega)$ puede ser be implementada for alguna función de reversiónn function: Se utilize el mecanismo constante $g(m) = F(\omega')$, $\forall m \in M$ y una función de reversión $h(F(\omega'), \omega) \equiv F(\omega)$, $\forall \omega \in \Omega$. h

satisface las condiciones para una función de reversión porqué $F(\omega')$ es infactible en cualquier estado diferente que ω' y por definición proporciona las asignaciones deseadas. Se observe que la implementación ocurre en estrategias dominantes.

Este ejemplo implica que para obtener resultados significativos es mejor no permitir que el diseñador del mecanismo también diseñe la función de la reversión. Esto es también intuitivo: parece razonable que hayan aspectos de la renegociación que están más allá del control del diseñador. Así, en el resto del articulo asumiremos que la función de reversión está dada exógenamente.

Para explicar el paso siguiente, considere el caso más simple posible: en los estados del mundo ω y ω' las preferencias, R, son las mismas. Sean a, b y c tres asignaciones que son factibles en el estado ω. Sea aP_ibP_ic para algun agente i. En ω', a no es factible y es renegociado en c y b es factible. Así , también si si las preferencias subyacentes son iguales en ambos estados, el jugador i prefiere a a b en el estado ω y b a a en ω'.

Para formalizar y para ampliar esta idea damos la definición siguiente.

Definición Sea $\omega \in \Omega$ y sea h una función de reversión, la *reversión de*$R(\omega)$ *sbre* $A(\omega)$, denotada por $R^h(\omega)$ es $aR_i^h(\omega)b \Leftrightarrow h(a,\omega)R_i(\omega)h(b,\omega)$, $\forall\ a, b \in A$, $i \in I$. $L_i^h(a,\omega) = \{b \in A : h(a,\omega)R_i(\omega)h(b,\omega)\}$ es el conjunto de las asignaciones que son peores que a conrespecto a $R^h(\omega)$.

Entonces, cuando la función de la reversión es h, podemos interpretar que las preferencias de los agentes son las preferencias revertdas, es decir que a los agentes le importan solamente las asignaciones revertidas.

La definición siguiente es una adaptación directa de la noción estándar de la implementación en equilibrio de Nash.

Definición Una RES F, es h-implementable en equilibrio de Nash si existe un mecanismo (M, g) tales que $\forall\omega\ F(\omega) = h(NE(M, g, R^h(\omega)))$

En palabras, F es h-implementable en equilibrio de Nash si y solamente si es implementable en el equilibrio de Nash cuando para cada ω el perfil correspondiente de la preferencia es $R^h(\omega)$. Es decir, una vez que consideremos que las preferencias de los agentes son inducidas por la función de reversión, podemos ocuparnos de la h-implementación eaxactamente de la misma manera que en el problema clásico de implementación. En el estudio de las restricciones que un conjunto factible dependiente del estado impone ante la implementación, nos concentramos en la monotonía (o monotonía de Maskin). Según lo observado por Jackson (2001), la monotonía es el obstáculo más importante a la implementación en equilibrio de Nash. Por ejemplo, no es satisfecha generalmente por la Correspondencia Walrasiana. La monotonía es una condición necesaria y casi suficiente para que una RES sea implementable en equilibrio de Nash (véase a Maskin (1999) o a Repullo (1987)). Así es la primera condición a tratar. Un RES satisface la monotonía si, cuando una alternativa se elije en un estado del mundo y mejora en la preferencias de cada agente en otro estado del mundo, tal alternativa se debe elegir también en este estado. Ahora exponemos la definición de la monotonía en forma modificada, en términos de preferencias invertidas.

Definición Sea h ser una función de reversión. Una RES F es h-monótona si $\forall \omega, \omega'$ tal que $h(a,\omega) \in F(\omega)$ y $L_i^h(a,\omega) \subseteq L_i^h(a,\omega')$ $\forall i$, entonces $h(a,\omega') \in F(\omega')$.

La importancia de la h-monotonía es destacada por la observación siguiente antes del las cuales prueba es una adaptación directa de un resultado estándar mencionado y, por lo tanto, omitida.

Nota Si una RES es h-implementadle en equilibrio de Nash, es h-monótona. Por otra parte en entornos económicos con $\#I > 2$ si una RES es h-monótona, entonces es h-implementadle en equilibrio de Nash[2].

2.4 Funciones de Reversión que no recompensan

En esta sección, restringimos nuestra atención a una clase de las funciones de la reversión donde la renegociación resulta ventajosa para todos los jugadores. Las llamaremos *que no recompensan.* Demostraremos que dentro de esta clase una particular función de reversión, que llamaremos *severa y generalizada* implementa el conjunto máximo del RES. Entonces, caracterizaremos el RES que se puede implementar bajo funciones de reverion severas y generalizadas. Comencemos definiendo la siguiente clase de funciones de la reversión.

Definición La función de reversión h *no recompensa* $\forall\ a \in A(\omega)$ existe $i \in I$ y $c \in A(\omega')$ tales que $aR_i(\omega)h(c,\omega)$ y $cP_i(\omega')h(a,\omega')$ o $L_j^h(a,\omega) \subset L_j^h(a,\omega')$ $\forall\ j$.

Considere el caso donde el conjunto factible es fijo y solamente las preferencias cambian. En este caso la primera condición en la definición postula la existencia de un par de las asignaciones para las cuales hay una inversión de la preferencia. [3]. En el caso donde las preferencias están fijas y el conjunto factible varía, la idea es que cuando los agentes renegocian, sucede algo malo - retrasos, castigos, etc. - y esto es lo qué causa la inversión entre a y c en las preferencias revertidad. ¿La segunda condición en la definición considera el caso donde a ha mejorado en las preferencias de todos los agentes al pasar desde ω to ω'. Se ocupa del caso en el que $A(\omega') \subset A(\omega)$ porqué si $a \in A(\omega')$ no puede darse ninguna inversión factible alrededor de a.

Ahora introducimos una particular función de reversión en la clase de la funciones que no recompensan. Se suponga que, si se presenta una infactibilidad, a los jugadores se da una asignación que ellos consideran ser la asignación peor

[2]Un entorno económico es uno en el cual dos agentes nunca convienen acerca de la asignación favorita.

[3]Esta condición esta subrayada por Maskin y Moore (1991): "el otro problema que la renegociación plantea es que interfiere con "la inversión en las la preferencias"

posible . Esta función de reversión se parece a la asunción hecha en articulos anteriores donde los agentes nunca eligen mensajes infactibles porque, si el planificador detecta una infactibilidad impone un castigo de una manera tal que los agentes prefieran cualquier otra asignación factible a este castigo. Sin embargo nuestro interés en esta función particular de reversión viene del hecho de que permite encontrar el conjunto máximo del RES que se pueden implementar una renegociación que no recompensa (se vea la Proposición 2.4 más abajo).

Sea $G \in A(\omega)$, $\forall \omega \in \Omega$ tal que $\forall\ i$, $aP_i(\omega)G$ con $a \neq G$ y $a \in A(\omega)$. Denominaremos G "punto de castigo generalizado". La función de reversión tal que $h(a,\omega) = G$ if $a \notin A(\omega)$ será denominada *generalizada y severa y las preferencias que* h induce $R^h(\omega)$, la *saturaciónn de* $R(\omega)$ sobre $A(\omega)$ definidas por las siguientes propriedades.

$\forall\ i \in I$:

(1) Si $a, b \in A(\omega)$, $aR_i^h(\omega)b$ si y solo si $aR_i(\omega)b$

(2) Si $a \in A(\omega)$ y $b \notin A(\omega)$: $aP_i^h(\omega)b$

(3) Si $a, b \notin A(\omega)$: $aI_i^h(\omega)b$

Ahora demostramos que la función de reversión severa y generalizada implementa el conjunto de RES entre la clase de las funciones que no recompensan de la reversión.

Proposición Sea F una RES que es $h-$implementable en equilibrio de Nash con una función de reversión que no recompensa . Entonces F es implementable en equilibrio de Nash con una función de reversiónis generalizada severa.

Prueba Let (M, g) implementing F with reversion function h.

Let $a \in F(\omega)$. Let $m(\omega, a)$ be a Nash equilibrium of $\left\{M, g; R^h(\omega)\right\}$ such that $g(m(\omega, a)) = a$.

Let $B_i(\omega, a) = g(M_i \times \{m_{-i}(\omega, a)\})$ be the attainable set of i.

Set $B_i^h(\omega, a) = \bigcup_{\omega' \in \Omega}\{c \in A(\omega') : aR_i(\omega)h(c,\omega),\ cP_i(\omega')h(a,\omega')$ if for some $b \in B_i(\omega, a)$, $aR_i(\omega)h(b,\omega)$, $h(b,\omega')P_i(\omega')h(a,\omega')\}$

Set $B^h = \operatorname{Im} g \cup (\bigcup_{\substack{\omega,\omega' \in \Omega \\ i \in I}}\{c \in A(\omega') : aR_i(\omega)h(c,\omega),\ aP_i(\omega')h(c,\omega')$ if for some $b \in B_i(\omega, a)$, $aR_i(\omega)h(b,\omega)$, $h(b,\omega')P_i(\omega')h(a,\omega')\})$.

Observe that for all $\omega \in \Omega$, $a \in F(\omega)$, and i, $B_i^h(\omega, a) \subset B^h$. Thus:

-$B_i^h(\omega, a) \cap A(\omega) \subset B_i(\omega, a) \cap A(\omega)$ for all ω

-$aR_i^h(\omega)x$ for all $x \in B_i(\omega, a)$ and for all $i \in I$

-if $aR_i(\omega')x$ for all $i \in I$, $x \in B_i^h(\omega, a) \cap A(\omega')$ then $a \in F(\omega')$. Otherwise there would exist $j \in I$ and $b \in B_j(\omega, a)$ such that $h(b,\omega')P_i(\omega')h(a,\omega')$. h is non-rewarding so there exists $c \in A(\omega')$ such that $aR_j(\omega)h(c,\omega)$, $cP_j(\omega')h(a,\omega')$. By definition c belongs to $B_j^h(\omega, a)$.

Using the assumption that h is non-rewarding we can prove, exactly as above:

-if $b \in B_i^h(\omega, a)$ for some $i \in I$ is such that for some $\omega' \in \Omega$, $bR_i(\omega')x$ for all $x \in B_i^h(\omega, a) \cap A(\omega')$, and if $bR_j^h(\omega')x$ for all $x \in B^h \cap A(\omega')$ for each $j \neq i$ then $b \in F(\omega')$.

-if $b \in B^h$ is such that for some $\omega' \in \Omega$, $bR_i^h(\omega')x\ \forall\ x \in B$ for all i, then

$b \in F(\omega')$
For all i set $M'_i = \{(\omega, a);\ a \in F(\omega)\} \times B^h \times \mathbf{N}$, where $\mathbf{N}$ is the set of integers. Let $M' = \prod_1^N M'_i$, and $g' : M' \longrightarrow A$ such that:
a) $g'(m) = a$ if $m_i = (\omega, a, b, n)\ \forall i$.
b) If there exists a unique i such that for all $j \neq i$ $m_j = (\omega, a, b, n)$ and $m_i = (\omega_i, a_i, b_i, n_i)$ is such that $(\omega, a, b, n) \neq (\omega_i, a_i, b_i, n_i)$ then set $g'(m) = b$ if $b_i \in B_i^h(\omega, a)$, otherwise set $g'(m) = a$.
c) Otherwise set $g'(m) = b_i$ where $i = \min \arg\max_j \{n_j; m_j = (\omega_j, a_j, b_j, n_j)\}$.
This is the canonical mechanism in Nash implementation. It is proved immediately that(M', g') implements F by generalized severe punishment.

Proposition 1 *Let*

Proof Sea (M, g) que h-implementa F.
Sea $a \in F(\omega)$. Sea $m(\omega, a)$ un equilibrio de Nash de $\{M, g; R^h(\omega)\}$ tal que $g(m(\omega, a)) = a$.
Sea $B_i(\omega, a) = g(M_i \times \{m_{-i}(\omega, a)\})$.
Sea $B_i^h(\omega, a) = \bigcup_{\omega' \in \Omega} \{c \in A(\omega') : aR_i(\omega)h(c, \omega),\ cP_i(\omega')h(a, \omega')$ si por algun $b \in B_i(\omega, a)$, $aR_i(\omega)h(b, \omega)$, $h(b, \omega')P_i(\omega')h(a, \omega')\}$
Sea $B^h = \operatorname{Im} g \cup (\bigcup_{\substack{\omega, \omega' \in \Omega \\ i \in I}} \{c \in A(\omega') : aR_i(\omega)h(c, \omega),\ aP_i(\omega')h(c, \omega')$ si por algun $b \in B_i(\omega, a)$, $aR_i(\omega)h(b, \omega)$, $h(b, \omega')P_i(\omega')h(a, \omega')\})$.
$\forall\ \omega \in \Omega$, $a \in F(\omega)$, y i, $B_i^h(\omega, a) \subset B^h$. Entonces:
-$B_i^h(\omega, a) \cap A(\omega) \subset B_i(\omega, a) \cap A(\omega)\ \forall\ \omega$
-$aR_i^h(\omega)x\ \forall\ x \in B_i(\omega, a)$ y $\forall\ i \in I$
-si $aR_i(\omega')x\ \forall\ i \in I$, $x \in B_i^h(\omega, a) \cap A(\omega')$ entonces $a \in F(\omega')$. Si no fuera así existiría $j \in I$ y $b \in B_j(\omega, a)$ tal que $h(b, \omega')P_i(\omega')h(a, \omega')$. h no recompensa entonces existe $c \in A(\omega')$ tal que $aR_j(\omega)h(c, \omega)$, $cP_j(\omega')h(a, \omega')$. Por definición $c \in B_j^h(\omega, a)$.
Dao que h no recompense uno puede probar exactamente como arriba:
-si $b \in B_i^h(\omega, a)$ por algun $i \in I$ es tal que, por algun $\omega' \in \Omega$, $bR_i(\omega')x$ $\forall\ x \in B_i^h(\omega, a) \cap A(\omega')$, si $bR_j^h(\omega')x\ \forall\ x \in B^h \cap A(\omega')\ \forall\ j \neq i$ entonces $b \in F(\omega')$.
-Si $b \in B^h$ es tal que por lagun $\omega' \in \Omega$, $bR_i^h(\omega')x\ \forall\ x \in B\ \forall\ i$, entonces $b \in F(\omega')$
$\forall\ i$ sea $M'_i = \{(\omega, a);\ a \in F(\omega)\} \times B^h \times \mathbf{N}$, donde $\mathbf{N}$ es el conjuntos de los numeros naturales. Sea $M' = \prod_1^N M'_i$, y $g' : M' \longrightarrow A$ tal que:
a) $g'(m) = a$ si $m_i = (\omega, a, b, n)\ \forall i$.
b) Si existe un sol i tal que $\forall\ j \neq i$ $m_j = (\omega, a, b, n)$ y $m_i = (\omega_i, a_i, b_i, n_i)$ es tal que $(\omega, a, b, n) \neq (\omega_i, a_i, b_i, n_i)$ se defina $g'(m) = b$ si $b_i \in B_i^h(\omega, a)$, sino sea $g'(m) = a$.
c) En todos los otros casos sea $g'(m) = b_i$ donde $i = \min \arg\max_j \{n_j; m_j = (\omega_j, a_j, b_j, n_j)\}$.
Esto es el mecanismo canonico para la implementación en equilibrio de Nash. Se prueba de forma imediata que (M', g') implementa F con un castigo generalizado y severo. ■

En palabras el castigo generalizado y severo implementa cualquier RES que sea implementable con una función de reversión que no recompensa.[4, 5] El resto de la sección estudiará entonces este tipo de función de reversión. Tenendo encuenta la Nota 1 esto significa estudiar la h-monotonía con las preferencias saturadas.

Ahora introducimos dos propiedades que son necesarias y suficientes para la monotonía cuando se utilize castigo severo y generalizado.

Definición Una RES F satisfece *Unanimidad Debil* (UD) si $\forall\ \omega, \omega' \in \Omega$ tales que $A(\omega') \subset A(\omega)$ y $\forall\ a \in A(\omega) \backslash A(\omega')$ tal que $L_i(a,\omega) \cap A(\omega') \subset L_i(a,\omega')$ $\forall\ i \in I$, $a \notin F(\omega)$.

Cuando las preferencias son fijas, UD dice que si todas las alternativas disponibles en ω' están también disponibles en ω, el RES no puede selecionar en ω una alternativa la cual está disponible en pero no en ω' si todos los jugadores prefieren cualquier asignación disponible en ω' a ella. Si esta condición no está satisfecha, cuando es el estado real es ω todos los agentes tienen el incentivo a decir que la economía es mas pequeña y a implementar la decisiónprevista para el estado ω' Observe que UD es equivalente a la condición siguiente: si $A(\omega') \subset A(\omega)$ y si $a \in F(\omega) \backslash A(\omega')$ entonces existe $b \in A(\omega'), b \neq G$ tal que aR_ib por algun $i \in I$.

Definition 3 *Una Res F satisfece la Consistencia Generalizada en las Contracciones (CGC) si, $\forall\ \omega, \omega' \in \Omega$, y $\forall\ a \in F(\omega) \cap A(\omega')$ tales que $L_i(a,\omega) \cap A(\omega) \cap A(\omega') \subset L_i(a,\omega')$ y $A(\omega') \backslash A(\omega) \subset L_i(a,\omega')$.$\forall\ i \in I$, $a \in F(\omega')$.*

Cuando las preferencias son fijas y $A(\omega') \subset A(\omega)$, $A(\omega') \backslash A(\omega) = \varnothing \subset L_i(a,\omega)\ \forall\ i$. En esta caso CGC obliga a elegir en el estado ω' cualquier asignación factible se haya elegido en. Entonces CGC es una versión debil de la Independencia de las Alternativas Irrelevantes de Nash. (se vea Roemer [1996], p. 55). En el caso general, CGC dice que a es elegida en el estado ω, y es factible en ω' y no hay ninguna mejor alternativa en $A(\omega') \backslash A(\omega)$, entonces hay que elegir a también en ω'.

[4] La Proposición 2.4 puede ser demonstrada bajo la siguiente hipotesi que generaliza la de función de reversión que no recompensa: si existe un $i \in I$ tal que $aR_i(\omega)h(b,\omega)$ y $h(b,\omega')P_i(\omega')h(a,\omega')$ $a \in A(\omega)$ entonces existe j y $c \in A(\omega')$ tales que: i) $aR_j(\omega)h(b,\omega)$, $h(b,\omega')P_j(\omega')h(a,\omega')$ y ii) $aR_j(\omega)h(c,\omega)$ con $cP_j(\omega')h(a,\omega')$. Esto dice que por lo menos un agente padece las conseThis says that at least one agent suffers as a consecuencias de la infactibilidad de forma que se hubiera podido dar a través de una asignación factible. Por ejemplo el agente que se estima responsable es castigado y hay una agente que no recibe su cesta de consumo en el otro estado.

[5] La hipotesi de ser h una función que no recompensa es necesaria para la Proposición 2.4. Sea $\Omega = \{\omega, \omega'\}$, $A(\omega) = \{a,b,c,G\}$ y $A(\omega') = \{a,b,G\}$. Sea $n = 2$ y $R_i(\omega) = R_i(\omega') = R$ para $i = 1,2$ donde $bPaPc$. Sea $F(\omega) = a$ y $F(\omega') = b$. Sea $h(c,\omega') = b$. h no satisfece la propiedad de no recompensa en c. F es h-implementable en equilibrio de Nash por el simple mecanismo que deja el agente 1 escoger entre a y c. Pero F no se puede implementar con un castigo severo generalizado porque $F(\ )$ no es monotona con respecto a las preferencias saturadas.

Proposición Una RES es h-monótona bajo castigo sever y generalizado si y solo si satisfece CGC y UD.

Prueba Sea h una función de reversión que no recompensa.
Empezemos pruebando que las dos condiciones son necesarias. Sea F h-monótona.
Entonces F debe satisfacer UD. Sean $\omega, \omega' \in \Omega$, sea $A(\omega') \subset A(\omega)$ y sea $a \in A(\omega) \backslash A(\omega')$ tal que $L_i(a,\omega) \cap A(\omega') \subset L_i(a,\omega')$ y $i \in I$. Por contradición, sea $a \in F(\omega)$. Entonces $L_i^h(a,\omega) = (L_i(a,\omega) \cap A(\omega)) \cup A \backslash A(\omega) = (L_i(a,\omega) \cap A(\omega'))\cup$
$(L_i(a,\omega) \cap A(\omega) \backslash A(\omega')) \cup A \backslash A(\omega) \subset (L_i(a,\omega') \cap A(\omega')) \cup A \backslash A(\omega') = L_i^h(a,\omega')\ \forall\ i \in I$. Entonces la h-monotonia implica que $a \in F(\omega')$, en contradicción con$F(\omega') \subset A(\omega')$.
Consideremos ahora CGC. Sea $a \in F(\omega) \cap A(\omega')$ tal que $L_i(a,\omega) \cap A(\omega) \cap A(\omega') \subset L_i(a,\omega')$ y $A(\omega') \backslash A(\omega) \subset L_i(a,\omega')\ \forall\ i \in I$.
$L_i^h(a,\omega) = (L_i(a,\omega) \cap A(\omega) \cap A(\omega')) \cup (L_i(a,\omega) \cap A(\omega) \backslash A(\omega'))\cup$
$(A(\omega') \backslash A(\omega)) \cup ((A \backslash A(\omega)) \backslash A(\omega')) \subset (L_i(a,\omega') \cap A(\omega) \cap A(\omega'))\cup$
$(L_i(a,\omega') \cap A(\omega')) \cup A \backslash A(\omega') = L_i^h(a,\omega')$. La h-monotonía implica que $a \in F(\omega')$.
Ahora demonstaremos la suficiencia de las dos condiciones.
Sean $\omega, \omega' \in \Omega$, y sea $a \in F(\omega)$ tales que $L_i^h(a,\omega) \subset L_i^h(a,\omega')\ \forall\ i$. Se consideren los tres casos siguientes:
i) $A(\omega) \cap A(\omega') = \{G\}$
ii) $A(\omega) \cap A(\omega') \neq \{G\}$ y $a \notin A(\omega')$
iii) $A(\omega) \cap A(\omega') \neq \{G\}$ y $a \in A(\omega')$
i) Es imposible. En este caso no existe un $i \in I$ $L_i^h(a,\omega) \subset L_i^h(a,\omega')$, porque por la deinición de preferencias saturadas sigue que $aP_i^h(\omega)b$ y $bP_i^h(\omega')a\ \forall\ b \in A(\omega')$.
ii) Tiene que ser $A(\omega') \subset A(\omega)$.Si así no fuera, por la deinición de preferencias saturadas $\forall\ b \in A(\omega') \backslash A(\omega)$: $aP_i^h(\omega)b$ y $bP_i^h(\omega')a\ \forall\ i$. Entonces sería $L_i(a,\omega) \cap A(\omega') \subset L_i(a,\omega')\ \forall\ i \in I$. De otra forma, por algun $i \in I$,. $b \in A(\omega')$: $aR_i(\omega)b$ y $bP_i(\omega')a$. Desde UD sigue que $a \notin F(\omega)$, una contradicción.
iii) Tiene que ser $L_i(a,\omega) \cap A(\omega) \cap A(\omega') \subset L_i(a,\omega')$ y $A(\omega') \backslash A(\omega) \subset L_i(a,\omega')\ \forall\ i \in I$. De otra forma, o bién existe $b \in A(\omega) \cap A(\omega')$ tal que $aR_i(\omega)b$ y $bP_i(\omega')a$ por algun $i \in I$, o existe $b \in A(\omega') \backslash A(\omega)$ tal que $aP_i^h(\omega)b$ y $bP_i(\omega')a$ por algun $i \in I$. Entonces CGC implica que $a \in F(\omega')$ y F es monótona. ∎

2.5 Funciones de Reversión que no recompensan: Applicaciones

En esta sección aplicamos los resultados de las secciones anteriores a economías del intercambio y a problemas de negociación y de bancarrota.

2.5.1 Economías Del Intercambio: Retención

Primero, notamos que en este ambiente con más de dos agentes, La h-monotonia es necesaria y suficiente para que F sea h-implementable en equilibrio de Nash. Hayan n agentes y K bienes. Let $X_i = \mathbf{R}_+^K$ sea el conjunto de consumo del agente i. Asumimos que las preferencias de los agentes no cambien más las dotaciones iniciales sí.Sea u_i una funcion de utilidad que representa las preferencias del agent i. Sea $\Omega_i \subset \mathbf{R}_+^K$ el conjunto de las posible dotaciones de i. $\forall\ \omega = (\omega_1, ..., \omega_n) \in \Omega$ sea $\overline{\omega} = \sum_{i=1}^n \omega_i$. Asumimos que el planificador puede solo transferir bienes entre los agentes. El conjunto de las asignaciones incluye el conjunto de las transferencias netas y el punto de castigo generalizado, $A = \{x \in R^{K\times n} : \sum_{s=1}^K x_s = 0\} \cup \{G\}$. $\forall\ \omega \in \Omega$ el conjunto factible es $A(\omega) = \{x \in A : x_i + \omega_i \geq 0 \text{ for } i = 1, ..., n\} \cup \{G\}$. Entonces $A(\omega') \subset A(\omega)$ si y solo si $\omega' \leq \omega$. Para describir las preferencias sobre las trnsferencias netas, se observe que la utilidad que i deriva desde la transferencia x_i cuando su dotación es ω_i, es $u_i(x_i + \omega_i)$. entonces la función de utilidad depende del estado del mundo, si también las preferencias iniciales no lo son. $\forall\ \omega$, $\forall\ x \in A(\omega)$ y $\forall\ i$ sea $u_i(x, \omega) \equiv u_i(x_i + \omega_i)$.

Las preferencias saturadas pueden ser representadas por

$$\begin{aligned} u_i^\omega(x) &= u_i(x, \omega)\ x \in A(\omega) \setminus \{G\} \\ u_i^\omega(G) &= u_i(0) - \varepsilon,\ \varepsilon > 0. \end{aligned}$$

Consideramos primero UD. Es suficiente considerar dotaciones ω, ω' con $\omega' \leq \omega$. Entonce UD se reduce a la condición siguiente:

Condición $\alpha : \forall\ \omega, \omega' \in \Omega$ con $\omega' \leq \omega$, si $a \in F(\omega) \backslash A(\omega')$ entonces existe i tal que $u_i(\omega_i + a_i) \geq u_i(\omega_i - \omega_i')$.

Se observe que, si $(0, \omega_i) \subset \Omega_i\ \forall\ i$ entonces la condición α rquiere solo que la SER sea individualment racional por al menos un agente.Es una condición muy debil que stisfecen muchas SER (por ejemplo cualquir RES que sea eficiente o individualmente racional).

Requisitos mas fuertes los impone CGC. También ahora es suficiente considerar ω, $\omega' \in \Omega$ tales que $\omega' \leq \omega$. CGC es satisfecha si y solo si vale la siguiente condición:

Condición β. $\forall\ \omega, \omega' \in \Omega$ tales que $\omega' \leq \omega$, si $a \in F(\omega) \cap A(\omega')$ y $a \notin F(\omega')$ entonces existen i y $x \in A(\omega')$ tales que

$$\begin{aligned} u_i(\omega_i + a_i) &\geq u_i(\omega_i + x_i) \\ u_i(\omega_i' + a_i) &< u_i(\omega_i' + x_i) \end{aligned}$$

Vamos a comparar las nuestras condiciones co las encontadas por Hong (1998). Ella demostró que una SER es implementable por un conjunto se mecanismos que dependen del estado del mundo si y solo si se da la siguiente condición

$$u_i(\omega_i + f_i(\omega)) \geq u_i(\omega_i - \omega_i') \text{ for all } i \tag{H}$$

La condición α es más debil que (H): Si $x \in A(\omega')$ entonces $u_i(\omega_i + x_i) \geq u_i(\omega_i - \omega_i')\ \forall\ i$ porque todas las u_i son crecientes. Entonces si $f(\omega) \in A(\omega')$,

$u_i(\omega_i + f_i(\omega)) \geq u_i(\omega_i - \omega_i') \; \forall \; i$. $\forall \; \omega, \omega'$ con $f(\omega) \in A(\omega')$ la condición (H) vale. Se observe que la nuestra condición depende del hecho que cada agente no puede simplemente retener una parte de su asignación, más tiene que hacerlo compatiblemente con los mensajes de los otros agentes. Pero nuestra condición β no es implicada por la condición H. Se asuma, por ejemplo, que $f(\omega) \in A(\omega')$, entonces H no impone ningune restricción sobre $f(\omega')$. Si la traslación de las curvas de indiferencia de los agentes a través de $\omega' + f(\omega)$ de $\omega - \omega'$ está estrictamente arriba de todas las curvas de indiferencia a traves de $\omega + f(\omega)$, entonces la condición (β) implica que $f(\omega) = f(\omega')$. Formalmente: si $\forall \; y \in \{y : u_i(\omega_i' + f_i(\omega))) = u_i(y_i) \; \forall \; i\}$ entonces $u_i(y_i + \omega_i - \omega_i') > u_i(\omega_i + f_i(\omega)) \; \forall \; i$, la condición ($\beta$) obliga a ser $f(\omega) = f(\omega')$.
La diferencia entre nuestras condiciones y la de Hong es explicada por el hecho que su objetivo es de diseñar un mecanismo factible $(M(\omega), g(\omega))$ para todas las dotaciones posibles , de forma que más grande es el conjunto factible, más grande el espacio de los mensajes. Dos de sus suposiciones hacen nuestros enfoques diferentes:

i) Hong asume que los jugadores no pueden exagerar su dotación y que pueden ser castigados según el mensaje que envían, no sólo para la asignación que ellos tienen la intención de obtener, si tal asignación no es factible.

ii) Hong da a cada jugador(actor) el poder de conservar la parte de sus dotaciones. En nuestro marco asumimos que los jugadores en conjunto pueden engañar al planificador a través del mecanismo, pidiendo una asignación factible en la cual algunos agentes conservan una parte de su dotación.

Finalmente analizamos la implementación la SER Walrasiana Restringida. La SER Walrasiana Restringida. a. es una Asignación Walrasian Restringida (AWR) en ω si existe $p \in \mathbf{R}_+^K$ tal que, $\forall \, i = 1, ..., n$, $a \in \arg\max \{u_i(\omega_i + x_i) : px_i \leq 0, \; x \in A(\omega)\}$. Diremos que p es un precio de equilibrio que suporta a en ω. Sea $WR(\omega)$ el conjunto de las AWR en ω.

Proposición Se asuma que las funciones de utilidad de los agentes sesn crecientes, continua y casi concavas. Sea $\Omega_i = (0, \overline{\omega}_i) \; \forall$l i pdonde $\overline{\omega}_i \in (0, \infty)$. Entonces la SER Walrasiana Restringida es implementable en Equilibrio de Nash con un castigo severo y generalizado.

Prueba Bajo nuestros supuestos $WR(\omega)$, $\forall \; \omega \in \Omega$, $WR(\omega)$ no está vacío. Parab terminar la prueba solo hace falta demonstrar que WR satisfece la condición β. Sean $\omega' \leq \omega$, $a \in CW(\omega) \cap A(\omega')$ y $a \notin CW(\omega')$. Sea p un precio de equilibria que suporta a en ω. Entonces existe un $x \in A(\omega')$ tal que $u_i(\omega' + x_i) > u_i(\omega' + a_i)$ y $px_i \leq 0$ por al menos un i. $A(\omega') \subset A(\omega)$ entonces $x \in \{px_i \leq 0, \, x \in A(\omega)\}$. De la definición de WR sigue que $u_i\left(\omega_i + a_i\right) \geq u_i\left(\omega_i + x_i\right)$. Entonces WR satisfece la condición β.[6] ■

[6] La RES Walrasiana, W definita por $W(\omega) = \arg\max \{u_i(\omega_i + x_i) : px_i \leq 0\}$ no es implementable in equilibrio de Nash con un castigo severo y generalizado. Los autores están disponible a enseñar un ejemplo bajo requesta, más parece claro que en el nuestro caso las preferencia cambiano así que volvemos al enfoque clasico donde el mismo problema es bien conoido.

2.5.2 Problemas de Negociación con Conjunto de Posibilidad de Utilidades Desconomcido

Ahora Pasamos a considera la implementación non coperativa de soluciones cooperativas. (Dagan y Serrano [1998] y Naeve [1999]).

Un problema de negociación es un par (U, v) donde $U \subset \mathbf{R}_+^n$ es el conjunto de las posibilidad de utilidad y $v \in U$ es el punto de desacuerdo. Asumimos que U es convexo, cerrado, con interior no vacío y incluyente (es a dire que si $u \in U$ y $u' \leq u$, $u' \in \mathbf{R}_+^n$ ientonces $u' \in U$). Por cada problema de negociación, (U, v) sea $U_v = \{u \in U : u \geq v\}$ limitado. La Solución de Negociación de Nash (SNN) es definida por $SNN(U, v) = \arg\max_{u \in U_v} \prod_{i=1}^n (u_i - v_i)$. Es caracterizada completamente por las propiedades siguientes: eficiencia fuerte, racionalidad individual, covariancia en la escala, la simetría y independencia de alternativas irrelevantes. Sea $SNN(U, v)_i$ la utilidad que el agente i recibe.

Consideramos funciones de reversión que no recompensan mas adeguadas a esta situación. Una función de reversió es *Non Severa* si $\forall\ a \in A$ y, $\forall\ \omega \in \Omega$ $h(a, \omega) \neq G$. Sea U_v el conjunto (U, v) y asumimos que las asignaciones que no son factibles sean renegociadas en el punto de desacuerdo. Sea h esta función de reversión. Es evidente que h no recompensa. Las preferencias revertidas del agente i en (U, v) se pueden representar por:

$$u_i^h(u(U, v))) = u_i \text{ si } u \in U_v$$
$$u_i^h(u(U, v)) = v_i \text{ en todos los otros casos.}$$

Si el punto de desacuerdo es desconocido, SNN no satisfece la CGC: sea $n = 2$ y sea $U = \left\{x \in \mathbf{R}_+^2 : x_1^2 + x_2^2 \leq 1\ \right\}$. Sea $v = (0, 0)$ y sea $v' = \left((\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}, 0\right)$. Entonces $SNN(U, v) = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}, \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right) \in U_{v'} \subset U_v$ but $SNN(U, v) \neq SNN(U, v')$. Por la Proposición 1, SNN no es implementable en equilibrio de Nash, qualquier aea la función de reversión que no recompensa.[7]

La Solución de Kalai-Smorodinski no satisfece GCC tampoco si el punto de desacuerdo no depende del estadodel munso. Entonces, por la Proposición 1, no se puede implementar en equilibrio de Nash, qualquier aea la función de reversión que no recompensa.[8]

---

[7]El resultatado coincide con el de Serrano(1997).

[8]Una diversa interpretación de posibilidad de utilidades puede conducir a resultados más permisivos. Uno puede interpretarlos como si fueran una medida de la satisfacción de los agentes con respecto al punto del desacuerdo. . A representation consistent with this view is $u_i(u, (U, v)) = u_i - v_i$. Entonces las preferencias que h induce en este caso son

$$\begin{aligned} u_i^h(u, (U, v)) &= u_i - v_i \text{ if } u \in U_v \\ u_i^h(u, (U, v)) &= 0 \text{ otherwise} \end{aligned}$$

Observe that $u_i^h(u, (U, v)) = u_i^h(u - v, (U - v, 0))$. El lector puede comprobar fácilmente que de la característica de invariación por translaciones de la SNN el análisis del problema con las dotaciones desconocidas es analoga a la situación anterior con dotación fijada y conocida en 0. En este caso la aplicación de la 2 abajo da un resultado positivo.T

Al revés, cuando se sabe el punto del desacuerdo, el SNN satisface la CGC y UD como el lector puede comprobar fácilmente. Pero, la Proposición 2 no se puede utilizar para concluir que la SNN es implementable con un castigo severo y generalizado porque el teorema de Maskin requiere por lo menos tres agentes (véase la observación 1).[9]

Probamos el resultado directamente usando las caracterizaciones de Moore y Repullo (1990).

Proposition 2 *Sea $n \geq 2$. La SNN es h-implementable en equilibrio de Nash con una h Non-Severa si se conoce el punto de desacuerdo, v.*

Proof Sea $x = SNN(U, v)$. sea $i \in I$ y sea (U', v) un problema de negociación. Sea $u \in L_i^h(x, (U, v))$ tal que, en (U', v) y con las preferencias revertidas, u sea maximal por i en $L_i^h(x, (U', v))$ y u sea maximal en $\mathbf{R}_+^n$ para todos los agentes diferentes de i. Probamos primero que $u = SNN(U', v)$. Se observe que u tiene que ser factibles en U' sino todos los agentes distintos de i prefirirían algun punto en el interio de U'_v y que $u_j = \max\left\{u'_j : u' = (u'_j, u'_{-j}) \in U'_v\right\}$ para cada $j \neq i$. Entonces u tiene que estar en la frontera de U'. Si $u \neq SNN(U', v)$ entonces $SNN(U', v)_i > u_i$. Si $SNN(U', v) \notin U_v$ u no es maximal $L_i^h(x, (U, v))$ para i si las prefrencias están revertidas en (U', v), una contradicción. Por fín se considere el caso $SNN(U', v) \in U_v$. $SNN(U', v) \neq SNN(U, v)$ y SNN $(U, v) \notin U'_{v'}$, de otra forma u no sería maximal en $L_i^h(x, (U, v))$ para i con las preferencias revertidas. Se considere el segmento que une $SNN(U', v)$ y u. Esto segmento está en U'_v porqué U'_v es convextine intersección no vacía con $\{u' \in U_v : SNN(U, v)_i \geq u'_i\ \}$ porqué U_v es convexo y SNN $(U, v) \notin U'_v$. A lo largo de segmento las coordenadas i crecen desde u'_i hasta $SNN(U', v)_i$. Entonces existe un punto en $\{u' \in U_v : SNN(U, v)_i \geq u'_i\ \}$ que tiene la coordenada i estrictamente mayor que u_i, una contradicción. Sea u maximal en R_+^n para todos los agentes cuando las preferencias están revertidas en (U', v), entonces $u_j = \max\left\{u'_j : u' = (u'_j, u'_{-j}) \in U'_v\right\}\ \forall\ j$. Por la eficiencia de SNN sigue que $u = SNN(U', v)$.
SNN satisfece la Racionalidad Individual, eficiencia de ParetoCGC, too. Entonces, si $n \geq 3$ la familia de conjuntos $\left\{L^h(x, (U, v))\right\}_{x=SNN(U,v)}$ satisfece la condición μ en Moore y Repullo (1990). Si $n = 2$ esta familia satisfece la condición $\mu 1$ en el mismo articulo, gracias a la existencia del punto de disacuerdo. Entoneces la aplicación de los Teoremas 1 y 2 nos hace llegar a la conclusión del enunciado. ■

2.5.3 Problemas de Imposición

Un es un par $(x, T) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}$ donde x es el vector de las rentas imponibles y T es la cantidad total que hay que recoger y son tales que$\sum_{i=1}^n x_i \geq T$

[9] Además SNN no staisfece la propiedad de no-veto Sea $v = (0, 0, 0)$ y $U = \left\{x \in \mathbf{R}_+^3 : \max\{x_1, x_2\} \leq 1, \max\{x_1 + x_3, x_2 + x_3\} \leq 1\ \right\}$. El agente 1 el agente 2 prefieren $u = (1, 1, 0) \in U$ a todas las otras asignacione, cuando las preferencias son saturadas, pero $SNN(U, v) = (\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3})$.

(Dagan et el alia [1999]). Una *reparto de impuestos* es un vector t de $\mathbf{R}^n$y es factible para el problema de imposición (x,T) si $t \leq x$ y $\sum_{i=1}^n t_i = T$. Un *método impuestos* es una función f que asocia un reparto de impuestos a cada problema de imposición.. Asumimos que el planificador sabe la cantidad que hay que recoger, T, pero desconoce el vector imponible x. Sea Let $S^n(T) = \left\{t \in R_+^n : \sum_{i=1}^n t_i = T\ \right\}$ el conjunto de las asignaciones de impuestos que recogen T. Sea $\Omega^n(T) = \left\{x \in R_+^n : \sum_{i=1}^n x_i \geq T\ \right\}$ el conjunto de los estados del mundo. Sea $T^n(x) = T^n(x,T) = \left\{t \in R_+^n : 0 \leq t \leq x,\ \sum_{i=1}^n t_i = T\right\}$ el conjunto de asignaciones de impuestos factibles en (x,T). Se asume que las preferencias de cada agente dependen solamente de la de renta después de los impuestos y que son extrictamente crecientes.

Entonces podemos asumir el $u_i(t,x) = x_i - t_i$ para cada $x \in \Omega^n(T)$ y para cada $t \in T^n(x,T)$. Se asuma que solamente la exageración de la renta puede ser detectada y castigada. La función de la reversión es de la que no recompensan. Por lo tanto, la hipótesis de la Proiposición 2.4 son satisfechas.

Sea $\sigma : I \to I$ una permutación o una ordenación de los agentes. $(i) = \sigma^{-1}(i)$. Sea $f^{(\sigma)}$ el siguiente metodo de imposición factible.

$$\begin{aligned}
f_{(1)}^{\sigma}(x) &= \min\left\{t_{(1)} : t \in T^n(x,T)\right\} \\
f_{(j)}^{\sigma}(x) &= \min\left\{t_{(j)} : t \in T^{n-j+1}(x_{-\{(1),\ldots,(j-1)\}}, T - \sum_{i=1}^{j-1} f_{(n-i)}^{\sigma}(x))\right\} \quad j = 1,..,n
\end{aligned}$$

El primer agente (1) paga su minima cantidad factible. El segundo paga su minima cantidad factible una vez que se haa descontado el pago de (1) y así sucesivamente. Cada agente es dictador con respecto a los jugadores siguientes. Para esta razón f^σ será llamada la σ*-dictadura serial* [10]

Una definición equivalente de f^σ es

$$\begin{aligned}
f_{(n)}^{\sigma}(x) &= \min\left\{x_{(n)}, T\right\} \\
f_{(n-j)}^{\sigma}(x) &= \min\left\{x_{(n-j)}, T - \sum_{i=n}^{n-j+1} f_{(n-i)}^{\sigma}(x)\right\} \quad j = 1,..,n-1
\end{aligned}$$

En palabras, el jugador (n) paga la cantidad entera que hay que recoger recogerá si tiene bastante renta. Si no paga todo lo que queda el agente $(n-1)$ si tiene bastante renta y así sucesivamente.

Proposición Sea h una función de reversiónno que no recompensa y sea f sea un método de imposición factible y continuo. Si f es h-realizable en equilibrio de Nash entonces es una dictadura serial. Si f es una dictadura serial entonces es h-realizable para cualquier h que no recompensa.

[10] La dictadura serial juega una parte importante en la caracterización de RES implementable en estrategias dominantes (Satterthwaite y Sonnenschein [1981]) y en el equilibrio en los conjuntos sociales en los cuales los derechos de propiedad están debilmente protegidos (Piccione y Rubinstein [1993]).

Prueba $\forall\ x$ y $t \in T^n(x)$ sea $I(t,x) = \{y : t \leq y \leq x\}$. Primero demonstramos $f((I(f(x),x)) = \{f(x)\}\ \forall\ x$. Así, si $I(f(x),x) \cap I(f(x'),x') \neq \varnothing$, entonces $f(x) = f(x')$. Sea $x' \leq x$. En este caso $T(x') \subset T(x)$. Sea $t = f(x) \in T(x')$, es decir $f(x) \leq x'$, entonces $L_i(t,x) \cap T(x) \cap T(x') \subset L_i(t,x')$. Si $x' \leq x$ y $f(x) \leq x'$ entonces GCC prescribe que $f(x') = f(x)$. En particular $f(x) = f(y)\ \forall\ y$ tal que $f(x) \leq y \leq x$.

Por contradicción se asuma que f no seaa una dictadura serial. Entonces existen x,i, j tales que $0 < f_i(x) < x_i$ y $0 < f_j(x) < x_j$. Así $I(f(x),x)$ tiene, por lo menos, 2 dimensiones.

Sea $y \geq x$. Ahora demonstramos que $f(y) = f(x)$. Por contradicción se asuma que $f(y) \neq f(x)$. No hay pérdida de generalidad si se asume que $f(z) \neq f(x)$ para todo el z en el segmento entre y y x, de otra manera, por continuidad, se puede substituir x con el punto del segmento x', que tiene las coordenadas más grandes. Por la observación anterior sigue que, para cada z en tal segmento, $f(z) \notin T(x)$. Sea $z \to x$ en este segmento. La continuidad implíca que $f(z) \to f(x)$. Si $f(z)$ converge, entonces $f(z) \to t^*$, donde $t_i^* = 0$ o $t_j^* = 0$.

Sea $x^* = (T,...,T)$. Entonces $f(y) = f(x)$ para cada $y \geq f(x)$. Si $y \ngeq f(x)$ tiene que ser $f(y) = f^\sigma(y)$ por alguna permutación σ, si no fueara así $I(f(y),y) \cap I(f(x^*),x^*) \neq \varnothing$ y $f(x^*) = f(x)$ no es factible en y. En este caso f no sería continua. Una contradicción.

La segunda parte del resultado se prueba como en la Proposición 2. ■

Acabamos esta parte observando que existen también metodos de imposición factibles que no son continuos y son h-implementables en equilibrio de Nash. como sugiere la prueba del resultado anterior. Sea $x^* = (T,...,T)$, sea $t \in \Omega(T)$ y sea σ una permutación de I.

$$\begin{aligned} f(x) &= (\frac{T}{n},...,\frac{T}{n})\ \forall\ x \geq (\frac{T}{n},...,\frac{T}{n}) \\ f(x) &= f^\sigma(x) \text{ en todos los otros casos} \end{aligned}$$

Se puede demonstrar que f es implementable en equilibrio de Nash con un castigo severo y generalizado.

2.6 Conclusiones

En este trabajo hemos presentado un nuevo enfoque para tratar el problema de la implementación cuando el conjunto de las asignaciones factibles depende del estado del mundo. Se basa en la idea que los agentes renegocian asignaciones infactibles en asignaciones factibles. Hemos presentado una clase de funciones de reversión que se adaptan a nuestro problema y hemos encontrado condiciones necesarias y suficientes para la implementación cuando la renegociación toma una de estas formas. Finalmente hemos utilizado nuestros resultados de la caracterización para estudiar la implementación en equilibrio de Nash de reglas de elección social en economías de intercambio, problemas de negociación y métodos de imposición, y hemos comparado nuestros resultados con los obtenidos por la literatura anterior.

Una característica del enfoque tradicional de la implementación cuando el conjunto de las asignaciones factibles depende del estado es que requiere una colección de mecanismos dependientes del estado, contrariamente al caso en el cual las preferencias son dependientes del estado. Esto contrasta con nuestra intuición en cómo los mercados hacen frente a asignaciones irrealizables, donde, de hecho, el signo de ls función de exceso de demanda determina enteramente el ajuste, independientemente de la causa de la infactibilidad.[11]

Así nuestro acercamiento puede ofrecer una comprensión mejor de los mecanismos de mercado que el tradicional. Pero el acercamiento tradicional puede ser preferible para ocuparse de asuntos como la retención de dotaciones o la bamcarrota -dada la importancia de informes en este caso. Nuestro acercamiento se puede generalizar para tratar estos casos introduciendo incertidumbre en el proceso de la renegociación o el mecanismo como argumento de la función de reversión. Estas dos extensiones son fáciles que escribir, mas requieren métodos analíticos totalmente nuevos. Así, se dejan para la investigación futura.

[11] De hecho, siguiendo Benassy (1986) muchos artículos que tratan de los mercados desde el punto de vista de la implementación no se ocupan de la viabilidad individual.

2.7 Referencias

Amorós, P. (2004) Nash Implementation and Uncertain Renegotiation" *Games and Economic Behavior*, 49, 2, 424-434.

Benassy, J. P. (1986) On Competitive Market Mechanisms". *Econometrica*, 54, 1, 95-108.

Dagan, N. y R. Serrano (1998) Invariance and randomness in the Nash program for coalitional games *Economics Letters*, 58, 43-49.

Dagan, N., Serrano, R. y Volij, O. (1999) Feasible Implementation of Taxation Methods. *Review of Economic Design*, 4, 57-72.

Hong, L., (1995) Nash Implementation in Production Economies. *Economic Theory*, 5, 401-417.

Hong, L., (1996) Bayesian Implementation in Exchange Economies with State Dependent Feasible Sets and Private Information. *Social Choice and Welfare*, 13, 433-444.

Hong L., (1998) Feasible Bayesian Implementation with State Dependent Feasible Sets. *Journal of Economic Theory 80*, 201-221

Hurwicz L., Maskin E. y Postlewaite A., (1995) Feasible Nash Implementation of Social Choice Rules when the Designer does not know Endowments or Production set. in Ledyard J. (ed) *The Economics of Informational Decentralization: Complexity, Efficiency and Stability*, Kluwer Academic Publishing.

Jackson, M. y Palfrey, T., (2001) Voluntary implementation. *Journal of Economic Theory,* 98, 1-25.

Maskin, E. (1999) Nash Equilibrium and Welfare Optimality. *The Review of Economic Studies*, 66, 1, 23 - 38.

Maskin, E. y Moore, J. (1999) Implementation with Renegotiation. *Review of Economic Studies,* 66, 39-56.

Naeve J., (1999) Nash implementation of the Nash bargaining solution using intuitive message spaces *Economics Letters*, 62, 23-28.

Piccione, M. y Rubinstein, A. (2003) Equilibrium in the Jungle. Mimeo.

Repullo, R. (1987) A Simple Proof of Maskin's theorem on Nash Implementation. *Social Choice and Welfare*, 4, 39-41.

Roemer, J. E. (1996) *Theories of Distributive Justice.* Harvard University Press.

Serrano R. (1997) A comment on the Nash program and the theory of implementation *Economics Letters*, 55, 203-208.

Serrano, R. y Vohra, R. (1997) Non Cooperative Implementation of the Core. *Social Choice and Welfare*, 14, 513-525.

Satterthwaite, M. A. y Sonnenschein, H. (1981) Strategy-Proof Allocations at Differentiable Points. *Review of Economic Studies*, 53, 587-597.

Tian, G. (1993) Implementing Lindahl Allocations by a Withholding Mechanism. *Journal of Mathematical Economics, 22, 163-179*

Tian, G. y Li, Q. (1995) On Nash-Implementation in the Presence of Withholding. *Games and Economic Behavior,* 9, 222-233.

Chapter 3

Ramón y Cajal: Mediación y Meritocracia

Analizamos el modelo de asignación centralizado asociado al programa de Ramon y Cajal. Este programa pretende emplear de investigadores de alto nivel departamentos españoles de I+D y de instituciones académicas. Modelamos el proceso como mercado bilateral y estudiamos si proporciona incentivos para que la contratación de investigadores de alto nivel. Analizamos el modelo bajo información completa e incompleta. La comparación del marco teórico con los datos disponibles sugiere que el modelo proporciona pobres incentivos y no previene la colusión entre los departamentos de investigación y los candidatos.

3.1 Introducción

El programa Ramón y Cajal es una de las acciones principales del Plan Nacional de Investigación, Desarrollo e Innovación (I+D+I). Este plan es un sistema de medidas para las políticas públicas del I+D. El programa asigna subvenciones para que se emplearan investigadores cualificados por departamentos de investigación previamente seleccionados.

España tiene menos personal de I+D+I con respecto a los estándares internacionales. Hay también distorsiones importantes en su reclutamiento que ne reducen el funcionamiento. El comité de I+D+I ha precisado dos razones de esto: la carencia del meritocracia en la selección de los investigadores y la alta incidencia de prácticas endogámicas. Además, en algunas áreas, la demanda y la oferta de Doctores. nuevo no están equilibradas. El programa Ramón y Cajal fue diseñado para superar tales problemas. El objetivo del programa es identificar a los mejores investigadores y promover su empleo dentro del sistema español del I+D. El programa Ramón y Cajal introduce una selección competitiva y centralizada de los aspirantes con una evaluación exhaustiva y objetiva de sus méritos y potencial a través de una agencia gubernamental.

Este capitulo analiza los mecanismos usados para emparejar investigadores y departamentos de investigación dentro del programa y de sus cambios. El primero procedimiento que analizamos se ha utilizado, sin grandes ajustes por los primeros tres años del programa. Después de que se hicieran públicas algunas expresiones de preocupación por su funcionamiento, el procedimiento fue corregido para en la cuarta edición. En este capitulo estudiamos la capacidad del mecanismo de realizar sus objetivos y las razones de su evolución. Exploramos si las preocupaciones por la estabilización de jóvenes investigadores y las posibilidades de veto dadas a los departamentos de investigación son compatibles con el objetivo de una selección centralizada, competitiva y meritocratica de los aspirantes.

Presentamos un modelo que describe las características principales del mecanismo. El modelo provee predicciones compatibles los datos disponibles. Explica las pobreza de los incentivo provistos por el primer modelo y la necesidad de su reajuste. El nuevo mecanismo puede proporcionar una solución parcial a los problemas encontrados en el anterior.

Describiremos el procedimiento que fue usado, con variaciones de menor importancia, en el primer trienio. Inicialmente, se dota cada departamento con un número máximo de plazas para investigadores. Cualquier investigador que desee pedir un contrato Ramón y Cajal tiene que entrar en contacto con el departamento (o los departamentos) por el que ella quisiera ser contratada y pedir una aceptación preliminar. Para conseguir esta aceptación cada aspirante debe proveer del departamento un programa de investigación detallado. Una vez que el aspirante tenga una aceptación preliminar de, por lo menos, un departamento, puede presentar su oferta Ramón y Caja, para que se evalúe.

Entonce un panel de especialistas nacionales e internacionales en cada campo de investigación evalúa los aspirantes y los clasifica hasta llenar el número de contratos financiados a asignar.

El emparejamiento entre los investigadores y las instituciones empieza después que se haya hecho pública la lista de los investigadores que han alcanzado contratos financiados. Los aspirantes de acuerdo con su posición en cada área de investigación deciden a qué departamento ir, entre los que los hayan aceptado previamente. Cada aspirante puede elegir entre los departamentos que los aceptaron y no han llenado todas las posiciones con investigadores mejores. Los departamentos son en esta etapa pasivos. Cada uno tiene que aceptar a todos los aspirantes aceptados en la etapa preliminar hasta completar el número de las posiciones financiadas asignadas. Si al final de este proceso todos los aspirantes aceptables han conseguido una posición el procedimiento termina.

Si no, en una segunda etapa, a los departamentos con posiciones vacantes, se piden reconsiderar a los investigadores no aceptados al principio. Si un departamento y un investigador convienen pueden juntarse. Este segundo proceso es informal. En la primera edición del programa, solamente 16 de 802 matchings terminaron en la segunda etapa. También, en la mayor parte de estos segundos matchings, el investigador finalmente decidió no firmar algún contrato.

El procedimiento se asemeja al algoritmo del Gale-Shapley con los aspirantes que se proponen a los departamentos, y los departamentos asumene como preferencias la graduación oficial de los aspirantes aceptados preliminares.

El mecanismo original no podía reconciliar la selección competitiva y meritocratica de los aspirantes con la corresponsabilidad de los departamentos. El mecanismo tiene como objetivo crear incentivos para que los departamentos empleen a investigadores superiores. La coordinación entre los departamentos y los investigadores puede prevenir este resultado. El procedimiento da a los departamentos la posibilidad de vetar a cualquier aspirante en la fase preliminar de la aceptación. Por lo tanto, los departamentos y los aspirantes tienen posibilidades de coludir. Por ejemplo, cualquier departamento podría decidir a aceptar solamente a los aspirantes que hayan aplicado solamente a este departamento. Un aspirante que no consigue la aprobación por lo menos de una institución no se incorpora a la selección. También, los 2807 aspirantes de la primera edición se distribuyeron en 24 campos. En conclusión la posibilidad para crear un sistema grande de equilibrios colusivos existe. Las instituciones y los aspirantes podían manipular juntos el mecanismo hasta hacer el procedimiento de selección centralizado irrelevante.

En la experiencia española la mayoría de los departamentos querían a investigadores del que ya trabajaban con contratos a corto plazo o emplear a investigadores que ya conocían. Por lo tanto, el mérito académico no fue la preocupación principal de los departamentos. Dadas estas preferencias, una vez que conozcan a los aspirantes con los contratos financiados, el emparejamiento será independiente de la evaluación de los investigadores financiados. Por lo tanto, el mecanismo no crea incentivos para emplear a investigadores de alto nivel si para “crear incentivo” significamos hacer que el departamento internalize el criterio meritocratico proporcionado por el comité en cada campo. No produce cambios en las opciones de los departamentos después de la graduación. Esto es porque es indiferente para los departamentos emplear al mejor o al segundo-mejor aspirante. Peor, hay un problema de la elegibilidad restringida. El procedimiento garantiza solamente que los investigadores empleados son los mejores entre los que preaceptados porque pero no todos los aspirantes pueden ser evaluados. En particular un "outsider" puede tener problemas para conseguir la preaceptación que necesita. Sin embargo se incentiva a los departamentos para participar en el programa porque reduce la carga financiera de nuevos contratos a largo plazo. En este sentido realiza parte de sus objetivos porque mejora las condiciones de trabajo de los investigadores.

Debido a preocupaciones por el funcionamiento del primer mecanismo un nuevo procedimiento ha estado en lugar desde la cuarta edición (2004). El nuevo procedimiento es más simple y quita la necesidad de la aceptación preliminar. Cada investigador interesado incorporar la selección debe enviar una currículo científico único y un solo plan de estudios y investigación al ministerio. Los aspirantes son evaluados y a los mejores se concede un contrato financiado condicionado a encontrar un acuerdo final con un departamento de investigación. Entonces los departamentos y los investigadores tienen que encontrar acuerdos. Los contratos de los aspirantes que firmaron un acuerdo se confirman, el resto se retiran. El nuevo mecanismo no evita que evalúe a ningún aspirante y reduce los costes de aplicación. Veremos a lo largo del capitulo que no previene la colusión entre los centros y los aspirantes, el problema principal son las incompatibilidades entre los aspirantes y los centros de investigación. No obstante, sin ninguna duda es una mejora con respecto al viejo mecanismo. Previene se financien con el programa a aspirantes de demasiado bajo nivel.

3.2 El capitulo y la literatura relacionada

El estudio de mecanismos secuenciales en mercados bilaterales bajo información perfecta y completa no es nuevo en la literatura, pero con pocos ejemplos como Alcalde y otros. (1998), Alcalde y Romero-Medina (2000) y (2003). A primera vista, el modelo tiene algunas características del mecanismo secuencial descrito por Alcalde y Romero-Medina (2004). Allí los aspirantes pueden aplicar a los departamentos según una cierta orden de prioridad y el resultado es el emparejar estable óptimo de los aspirantes que es independiente en cualquier orden inicial. En nuestro modelo, la fase preliminar de la aceptación da a los departamentos posibilidades estratégicas más grandes (es decir, poder de veto o posibilidad de excluir candidatos). Por lo tanto, se se implementa un conjunto más grande. Nos ocupamos de un problema más general en el cual el procedimiento es restringido por la escasez de contratos con respecto a los deseos de los departamentos. Nuestro mecanismo se puede considerar también como generalización del modelo analizado por Sotomayor (2004).

El capitulo procede como sigue: en la Sección 3.3. presentamos las definiciones. En la Sección 3.4 estudiamos el juego secuencial que modelan el mecanismo usado en la primera edición por el programa Ramón yCajal. Exploramos los incentivos estratégicos de los jugadores en la situación más simple. La estructura del juego es más compleja con respecto a los artículos citados. Los aspirantes y los departamentos juegan dos veces: el espacio de la estrategia es más grande. Caracterizamos el conjunto de los equilibrios perfectos en subjuegos que tiene características particulares de estabilidad.El resultado depende solamente de las preferencias de los agentes y no de la orden en la cual el comité clasifica a los aspirantes aceptados (Teorema 3.4.1). Entonces en la sección 3.4.2 analizamos el mecanismo que funciona desde la cuarta edición del programa. Demostramos que, mientras que el resultado no es independiente de la graduación, sigue siendo posible los departamentos y los aspirantes coludan (Proposición 3.4.2).

En la Sección 3.5 introducimos información incompleta en el modelo original. Queremos saber si la carencia de información puede cambiar el comportamiento de los departamentos hacia la meritocracia. Con este propósito en mente simplificamos las preferencias: asumimos que cada departamento distingue solamente entre los aspirantes aceptables y los no aceptables. Con esto hacemos una asunción caritativa: és igual a asumir que los departamentos comparten los criterios de evaluación acerca de los investigadores aceptables. Asumimos que cada departamento, dada la información que cada investigador le envía, pueda descubrir el orden relativo entre sus aspirantes.

Roth y Rothblum (1999) y Ehlers (2004) consideran los incentivos que los aspirantes tienen con información incompleta en falsificar sus preferencias cuando se utiliza el mecanismo de Gale-Shapley y la información es simétrica. Demuestran que cuando la información es simétrica los aspirantes tienen pueden tener incentivos solo para truncar sus listas de preferencias. Para un análisis juego-teórico las dos referencias principales son Ordoñez de Haro y Romero-Medina (2004) que estudian un juego de reclutamiento labboral secuencial similar al que está analizado en Alcalde y otros. (1998) y Pais (2005) la cual estudia un conjunto particular de equilibrios del algoritmo de GAle-Shapley bajo información incompleta y simétrica.

En el capitulo la incertidumbre en el ranking produce un ligero efecto "meritocratico". Bajo incertidumbre la calidad del aspirante afecta probabilidad contratación. Esta situación se dan dos fuentes de inestabilidad. Uno proviene del corte de investigadores mal clasificados, el otro es manipulativo. Vemos que ambas inestabilidades causan resultados ineficientes en los cuales algunos contratos no se asignan. Nuestros datos demuestran que el número de los contratos firmados entre los investigadores y los departamentos en la segunda etapa fue pequeño. Por lo tanto, o tal incertidumbre no existe o es el mecanismo sí mismo que induce a los agentes a compartir información para prevenir la ineficiencia

En la sección 3.6 se analizan los datos disponibles en la primera edición del programa. Demostramos cómo la incertidumbre afecta más a algunos aspirantes. Un número limitado de aspirantes aplicó a más de un departamento a pesar de los costes de presentar diversos proyectos de investigación. Este comportamiento se puede explicar en nuestro modelo como efecto de la información incompleta sobre las preferencias de otros agentes. La mayoría de los aspirantes están bien informados. Al contrario hay algunos "forasteros" que no saben la posibilidades que tienen de incorporarse pero son confidentes en sus posibilidades de que le sea asignado un contrato, una vez preaceptado por un cierto departamento.

3.3 El modelo

Consideramos un mercado bilateral con k departamentos de investigación (o departamentos) y $q \geq q$ aspirantes investigadores. Sea sea $D = \{d_1, ..., d_k\}$ el conjunto de los departamentos y sea $R = \{r_1, ..., r_q\}$ el conjunto de investigadores. Cada $d \in D$ es dotado de preferencias, P_d una relación completa, estricta y transitiva sobre 2^R donde 2^R es el conjunto de subconjuntos de R. Para cada $S, S' \in 2^R$,SP_dS', significa que d prefiere emplear el grupo de investigadores S a emplear el grupo de investigadores S'. Si $S = \emptyset$ entonces decimos que S' es inaceptable a d, significa que d preferiría no alistar a ningún nuevo investigador más bien que alistar el grupo S'. El conjunto de elección $C_d(S)$ es el grupo de investigación que d quisiera alistar cuando es disponible S, formalmente $C_d(S) = \sup_{P_d}\{S' : S' \subset S\}$. Para $r, r' \in R$ escribiremos rP_dr' en lugar de $\{r\} P_d \{r'\}$. Para cada d la cuota de d, q_d es el número máximo de investigadores que está dispuesto a emplear, formalmente $q_d = \max \sharp\{S : SP_d\emptyset\}$. Sean $q_i = q_{d_i}$. y $q = (q_1, ..., q_k)$. En el otro lado cada investigador tiene preferencias estrictas, completas, y transitivas P_r sobre $D \cup \{r\}$. Para cada , $d, d' \in D$, dP_rd' significa que r preferiría ser empleado por d más bien que por d'. Cualquier departamento tal que rP_rd será dicho inaceptable a r , que significa que r preferiría permanecer parado más bien que trabajar en el departamento d. Si dP_rr, d será aceptable a r. Sea $A(r, P_r) = \{d : dP_rr\}$ el conjunto de los departamentos que son aceptables a r acordemente a P_r. En el capitulol haremos también uso de una representación cardinal de las prefencias , P_r , $u_r : D \cup \{r\} \to \mathbf{R}$. Sea $P = (P_{d_1}, ..., P_{d_k}, P_{r_1}, ..., P_{r_q})$ un perfil de preferencia. Para cada x, R_x denotará 'la relación débil de preferencia de x.

Definición Un *matching* aobre (D, R) es $\mu : D \cup R \to 2^R \cup D$,tal que, para cada $d \in D$ y $r \in R$ (1) $\mu(d) \in 2^R$ y $\mu(r) \in D \cup \{r\}$ (2) $\mu(r) = d$ if y only if $r \in \mu(d)$. sea M denote the sea of matchings on (D, R).

sea μ be a matching on (D, R) y sea (D, R, P) be a matching market.

Definición The matching μ is *individually rational for* $d \in D$ if $rP_d\emptyset$ for each $r \in \mu(d)$ or $\mu(d) = \emptyset$ μ is *individually rational for* $r \in R$ if $\mu(r)P_rr$ o $\mu(r) = r$

Definición The matching μ es *bloqueado por* $(d, r) \in D \times R$ si $dP_r\mu(r)$ y $r \in C_d(\mu(d) \cup \{r\}\}$

Definición μ es *estable en* (D, R, P) si (1) $\sharp\mu(d) \leq q_d$ para todos los $d \in D$ (2) μ es es individualmente racional para tosos los agentes y (3) μ no tiene ningún par de bloqueo.

En palabras μ es estable si no hay un departamento d y un aspirante r tales que r no pertenece a $\mu(d)$ pero prefiriera trabajar en d más bien que en $\mu(r)$ y d elegiría tener r en su grupo de investigación si estuviera disponible junto con $\mu(d)$.

Definición Sea $M = (D, R, P)$ *conjunto estable de* M, $\Gamma(M)$ es el conjunto que contiene los matchings que son estables en M.

En general el conjunto estable, puede ser vacío. La asunción siguiente, si es satisfecha por las preferencias de todos los departamentos, es suficiente para que el conjunto estable non sea vacío.

Definición Sea $d \in D$. La relación de preferencia P_d es *sustitutiva* si para cada $S \in 2^R$ y para todos los $r, r' \in S$ si $r \in C_d(S)$ entonces $r \in C_d(S - \{r'\})$.

Las preferencias de d son sustituibles si, cuando r pertenezca 'al conjunto de elección de de un cierto grupo de investigación S entonces pertenece al conjunto de elección de cualquier subconjunto de S.

Además de la sustitución imponemos una condición adicional a las preferencias de los departamentos.

Definición Sea $d \in D$. P_d se lamará *q-separable* si, (1) para cada $S \in 2^R$ tal que $\sharp S < q$ y $r \in R \backslash S$ $S \cup \{r\}\, P_d S$ si y solo si $r P_d \varnothing$ y (2) $\sharp S > q$ implica $\varnothing P_d S$.

Las preferencias de d son q-separables, o separables con respecto a su cuota, si d prefiere llenar sus plazas vacantes con cualquier investigador aceptable hasta que el número de investigadores empleados sea q, más bien que dejarlas vacías. A lo largo del papel asumiremos que las preferencias de todos los departamentos son sustituibles y separables con respecto a las cuotas.

Otra asunción ampliamente utilizada es la siguiente.

definición Las Preferencis de d's preferences son *responsivas* a ls preferencias por los individuos si para todos los $r, r' \in R \cup \{\varnothing\}$ y los $S \subset R$ tales que $\sharp S \leq q_d - 1$

$$S \cup \{r\}\, P_d S \cup \{r'\} \Leftrightarrow r P_d r'$$

Cuando las preferencias son responsivas, las preferencias sobre los conjuntos de investigadores son inducidas (aunque de manera no única), por las preferencias sobre los individuos. Esta propiedad implica obviamente la sustitución y - separación.

La sustitución junto con la - separación permite un grado más alto de complementariedad entre departamentos y trabajadores como el ejemplo que sigue demuestra.

Ejemplo Sean r_1 y r_2 dos teóricos de números y sea r_3 un estadístico. El departamento d tiene 2 posiciones a llenar y quisiera llenarlas con investigadores de diversos campos. De todas formas, en una escala absoluta prefiere r_1 r_2 a y a r_3. Tales preferencias se pueden representar formalmente como $P_d = \{r_1, r_3\}, \{r_2, r_3\}, \{r_1, r_2\}, \{r_1\}, \{r_2\}, \{r_3\}, \varnothing$

Las preferencias de d son - cuota separables y sustituibles pero no responsivas.

La versión siguiente del algoritmo de aceptación diferida supuesto genera un matching estable cuando todos los departamentos tienen preferencias sustituibles.

Algoritmo de aceptación diferida en el cual los aspirantes proponen a los departamentos.

Etapa 1: Cada aspirante se propone a su departamento preferido en su lista de departamentos aceptables. Sean S_d^1 los aspirantes que se proponen al departamento d. Sea $\mu^1(d) = C_d(S_d^1)$ y sea $\mu^1(r) = d$ si $r \in \mu^1(d)$ y $\mu^1(r) = r$ en los otros casas.

Etapa t+1: Cada investigador tal que $\mu^t(r) = r$ se propone a su departamento preferido entre esos d tales que $r \notin S_d^t$. Sea S_d^{t+1} el conjunto de aspirantes que se proponen a d. Entonces sea $\mu^{t+1}(d) = C_d(\mu^t(d) \cup S_d^{t+1})$, $\mu^{t+1}(r) = d$ si $r \in \mu^{t+1}(d)$ y $\mu^{t+1}(r) = r$, en los otros casos. El algoritmo para después de que cualquier paso t en el cual S_d^t es vacío para todo d en D, que es cuando todos los investigadores no contratados se han propuesto a todos sus departamentos aceptables.

El algoritmo de aceptación diferido produce el único matching estable para los investigadores: los investigadores prefieren este matching al resto de los matchings estables. Además es débilmente Pareto óptimo. La versión del algoritmo diferido de la aceptación en el cual están los departamentos se proponer a los subconjuntos de investigadores produce matching óptimo de los departamentos.

Cuando las preferencias son sustituibles y cuota q-separables(pero no cuando son solamente sustituibles):

(a) el conjunto de agentes no emparejados es igual en todos los matchings estables (Martinez, masa , Neme y Oviedo (2000)).

(b) el conjunto de matchings estables tiene la estructura de un reticulo distributivo completo con el orden inducida por las preferencias de los investigadores: dado dos matchings y , si y solamente si para todos y para alguno . Bajo el "orden dual", generado por las preferencias de los departamentos se preserva la estructura reticular (Martinez, masa , Neme y Oviedo (2001))

(c) El matching estable óptimo de los investigadores es strategy-proof para los investigadores (Martinez, masa , Neme y Oviedo (2004))

Tales resultados son extensiones los análogos obtenidos bajo responsividad (véase a Roth y a Sotomayor (1990) para una discusión completa).

Cuando es la cuota de todos los departamentos es uno también el matching óptimo estable para los departamentos es débilmente Pareto óptimo. Si no , como demostrado por Sönmez(1997), los departamentos tienen incentivos estratégicos para manipular sus cuotas (véase también ls Sección 3.4.1).

Recordamos ahora la noción de implementación en equilibrio perfecto en subjeugos (SPE) en el marco de los mercados bilaterales.

Definición Sea una clase de mercados bilaterales y sea F una correspondencia de Φ en el conjunto de matching sobre (D, R). La forma extensiva de juego (D, R, Γ) implementa Φ en equilibrio perfecto en subjeugos (SPE) si (1) para cada $(D, R, P) \in \Phi$ y para cada $\mu \in F(D, R, P)$ existe un SPE del juego (D, R, Γ, P) que da μ mientras que (2) el resultado de cada SPE de (D, R, Γ, P) pertenece a $F(D, R, P)$.

A lo largo del capitulo consideramos solamente equilibrios en estrategias puras.

3.4 Los Mecanismos

IEn esta sección introducimos formalmente los dos mecanismos que analizamos en el capitulo. El primer modela el procedimiento que fue utilizado en las tres primeras ediciones del programa. Lo llamamos el "viejo mecanismo." Necesita una aceptación preliminar del aspirante por parte de cada uno de los departamentos a los que ha aplicando. El nuevo mecanismo se ha utilizado desde la cuarta edición. En este nuevo procedimiento los aspirantes envían sus usos al ministerio sin preaceptación.

3.4.1 El viejo mecanismo

En una etapa preliminar cada departamento de investigación comunica al ministerio sus proyectos científicos en algunas áreas y piden la financiación de un número de contratos que. El ministerio asigna a cada departamento un número máximo de contratos. Las posiciones ofrecidas se ligan a los proyectos específicos presentados por los departamentos. Sea n_i el número de contratos financiados que se asignan al departamento d_i. $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$ es el número máximo de nuevos contratos que se pueden financiar. Sea $n = (n_1, ..., n_k)$. El número de las posiciones y de los proyectos que se financiarán en cada departamento es conocimiento público. Entonces la asignación es un juego en cinco etapas.

Etapa1: : Cada aspirante pide por lo menos a un departamento una preaceptación ensamblarlo. El aspirante debe enviar un proyecto de investigación detallado relacionado con el proyecto presentado al ministerio por el departamento mismo. Cada aplicación debe especificar también las preferencias de los aspirantes acerca de las instituciones[1]. Entonces cada aplicación presenta un coste para el aspirante. Lo introduciremos como término linear en su función de utilidad. Sea ψ_r^d el coste de aplicación que r paga para aplicar a d. Nosotros asumimos que $0 < \psi_d^r$ para todos los $r \in R$, para todos los $d \in D$ y $\psi_d^r < u_r(d)$ siempre que$u_r(r) < u_r(d)$.Para cada r sea $D_1(r)$ el conjunto de departamentos a los que r ha aplicado. Para cada $d \in D$ sea $R_1(d) = \{r : d \in D_1(r)\}$el conjunto de investigadores que aplican al departamento d. Sea $m_R^1 = \{D_1(r)\}_{r \in R}$ el perfil

[1] Esta información es solamente orientativa. No obliga a los agentes a comportarse conformemente a las preferencias reveladas. Parece haya sido utilizada por la organización para arreglar los matchings residuales.

de acciones de los investigadores en la etapa 1. Con abuso de la notación m^1_R sutilizará para denotar las aplicaciones recibidas por los departamentos, $\{R_1(d)\}_{d\in D}$

Etapa 2: Cada departamento acepta o los rechazos cada demanda que reciba. Para cada d, sea $R_2(d) \subset R_1(d)$ el conjunto de investigadores preaceptados por el departamento d. Para r cada sea $D_2(r) \subset D_1(r)$ el conjunto de departamentos que ha aceptado r. Sea $m^2_D = \{R_2(d)\}_{d\in D}$. Cada departamento, que ha aceptado por lo menos a un investigador comunica $R_2(d)$ al ministerio.

El ministerio evalúa todos los investigadoes aceptados por no menos de un departamento. El resultado de este proceso es una lista , T formalmente una orden estricto sobre $\cup^k_{i=1}R_2(d_i)$.. Denotaremos por el investigador alineado n la $i-$esima plaza según T. Le denotaremos r^i_T o r^i cuando no haya ambigüedad posible.

Etapa 3: Los investigadores que han sido aceptados por no menos de un departamento vienen asignados hasta que se llenen las posiciones. La prioridad se da a los mejores aspirantes . r^i es asignado al departamento que ella elige entre los de $D_2(r^i)$ que tienen algunas posiciones libres adentro , si es que hay. Cada investigador aceptado tiene que elegir un departamento si por lo menos uno entre los que la aceptaron tiene algunas posiciones libres. El resultado de tal proceso es el matching μ_1. Si por lo menos un investigador está sin plaza y por lo menos una universidad tiene algunas posiciones sin llenar, el procedimiento va a la cuarto etapa. Sino el proceso termina y μ_1 es la asignación definitiva. Para $i = 1, ..., k$ sea $n'_i = n_i - \sharp\mu_1(d_i)$, sea el número de posiciones sin llenar de del departamento d_i.

Etapa 4: A cualquier departamento d_i, tal que $n'_i > 0$, el ministerio pide someter un nuevo conjunto $R_4(d_i)$, de investigadores aceptables entre los que hayan sido preaceptados pero que no hayan que non han conseguido una plaza en la etapa anterior. Sea T' la restricción de T a tales aspirantes. Para cada r sea $D_4(r)$ el conjunto de los departamentos que aceptan r.

Etapa 5: Todos los investigadores r_i tales que $D_4(r_i) \neq \varnothing$ vienen asignados a los departamentos con el mismo procedimiento utilizado en la etapa 3. Así se concluye un matching μ_2 que implica a los investigadores todavía non asignados. El proceso de asignación termina ahora: se confirman los contratos estipulatos en la etapa 3 y en esta ultima firman. Formalmente: para $i \leq N$ sea $\mu(r^i) = \mu_1(r^i)$ si $\mu_1(r^i) \in D$,sino $\mu(r^i) = \mu_2(r^i)$ y $\mu(r) = r$en los otros casos. En cualquier momento del proceso los aspirantes pueden dejar el juego.

La forma extensa del juego con la información perfecta

Asumismos que $n_i \leq q_i$ para cada i, que es consistente con el hecho que no se pueden obligar a los departamentos para que empleen un investigador. Dado

(D, R, P), con (D, R, P^n) denotaremos el mercado bilateral en el cual las preferencias de los investigadores son como las originales. Para todos los d, las preferencias P_d^n del departamento d, coinciden con P_d a excepción que todo los conjuntos de cardinalidad más grandes que n_d no son aceptables. Las P_n serán las *preferencias efectivas.* Si P_d es sustituible y cuota q_d-separable así P_d^n es sustituible y n_d-separable.

Para $i = 1, ..., 5,$ con z_i denotamos un nodo del juego que pertenece a la etapa i. Z_i denotará el conjunto de nodos de la etapa i. Asumimos que en cada nodo z, todos los agentes a los que tal nodo pertenecen, tienen información completa de lo qué sucedió antes. Cada nodo de la segunda etapa, z_2, es así caracterizado por las estrategias que conducen a z_2. Sea $R(z_2)$ el conjunto de los investigadores que enviaron por lo menos una aplicación y sea $D(z_2)$ el conjunto de los departamentos que recibieron por lo menos una aplicación. $P^n(z_2)$ denota el perfil de preferencias en de las cuales las preferencias de los departamentos coinciden con las efectivas y las preferencias del investigador r, $P_r^n(z_2)$ alinea los departamentos en la misma orden que P^n, pero cada departamento al que r no ha aplicado no es aceptable. Un matching que pertenece a $\Gamma(D(z_2), R(z_2), P^n(z_2))$ se llamará z_2-estable.

Definición El **juego reducido** es el juego en forma extensa que termina en la tercera etapa.

Para cada z_4, $D(z_4)$ sea el conjunto de los departamentos d que llenaron menos que n_d posiciones. Sea $R(z_4)$ el conjunto de investigadores idoneos que no firmaron para ningún departamento. Si $D(z_4) = \varnothing$ o si $R(z_4) = \varnothing$ el primer matching es el definitivo. Sea $\mu_1(z_4)$ el primer matching en z_4. Se defina $P^n(z_4)$ como sigue: para cada $d \in .D(z_4)$, para todos los $S, S' \subset R(z_4)$, $SP_d^n(z_4)S'$, si y solamente si $(\mu_1(d, z_4) \cup S)P_d^n(\mu_1(d, z_4) \cup S')$; las preferencias de los investigadores coinciden con las originales. Si P_d^n es sustituible y q_d-separable entonces $P_d^n(z_4)$ es sustituible y $(n_d - \sharp\mu_1(d, z_4))$-separable.

El matching que resulta será la unión de primero y de un *matching residual:* $\mu = \mu_1(z_4) \cup \mu_2(z_5)$ donde z_4 es un nodo de la cuarta etapa y z_5 es un nodo terminal del de la quinta etapa que sigue z_4. Sea $\Gamma R(D, R, P^n(z_4))$ el conjunto de los matchings, $\mu = \mu_1(z_4) \cup \mu_2$, donde μ_2 es estable en $(D(z_4), R(z_4), P^n(z_4))$. Un tal μ será llamado z_4-estable.

Definición El **juego completo** es el juego que termina a la cuinta etapa.

Análisis

Comenzamos el análisis del procedimiento demostrando que no previene la colusión entre los dos lados del mercado. Existe un conjunto de SPE que depende solamente del número total de los contratos asignados y de las preferencias de los agentes y no de la evaluación ministerial. Tal conjunto es "estable" compatiblemente con el límite impuesto por el número de los contratos asignados a cada departamento. En tales equilibrios los departamentos no compiten para los mejores aspirantes, ellos compiten para sus investigadores preferidos. Los departamentos de investigación pueden excluir a cualquier investigador no aceptándolo en la segunda etapa. Si los criterios de evaluación del comité y las preferencias de los departamentos difieren substancialmente cualquier investigador r podría ser excluido porque ningún departamento le dio la preaceptación. En este caso r nunca aparecería en el ranking compilado después de la segunda etapa. Demostramos que hay resultados de equilibrio que pueden resultar solamente de los contratos firmados al final de la quinta etapa. En estos equilibrios un cierto departamento da una "preaceptación redundante" a un aspirante, r a que no irá a emplear. Finalmente r trabajará para un departamento que lo acepte como "residual". Cualquier aspirante que prefiera a r ya está empleado o ha sido excluido ya de la graduación debido a las políticas de la aceptación de los otros departamentos. Así si la cuinta etapa no es redundante "lastima" un cierto departamento. Puede ser que esto explique porqué un número bajo de los contratos fue firmado en la quinta etapa de la primera edición del programa. Podría ser el resultado de una tentativa para reducir matchings que lastimaran a los departamentos. Tal observación nos conduce a considerar el juego reducido, que rinde predicciones más exactas. Todos los resultados de SPE son estables, considerando como preferencias de los departamentos slas preferencias efectivas. Además las estrategias de equilibrio de los aspirantes se reducen a una única aplicación, de forma similar a las que se aprécia en a los datos de la primera edición.

El resultado no vale más si uno asume que no hayan costes de aplicación. En tal caso podrían darse equilibrios inestables debido a aplicaciones múltiples y al comportamiento incoherente de los departamentos. Esta inestabilidad depende de que hayan departamentos que siguen distintas politicas de aceptación en nodos distintos del juego donde reciben las misma aplicaciones. Primero observamos que los aspirantes preaccepted aeptados tienen como estrategia dominante aceptar la mejor oferta disponible, en cada nodo que poseén, en la tercera y en la cuarta etapa. Ésta debe ser su estrategia de SPE.

Proposición Sea $r \in R$. Cuando es el turno de r en la tercera etapa, ella tiene una estrategia dominante única: elegir el departamento preferido disponible ,su departamento preferido entre los que la preaceptaron y tienen posiciones disponibles. Vale para el juego reducido y para el juego completo. Cuando es el turno de r en la cuinta etapa del juego completo, r tiene una estrategia dominante única: para ensamblar elegir el departamento preferido disponible.

Prueba La prueba es trivial para el juego reducido y para la cuinta etapa del juego completo. Para la tercera etapa del juego completo es suficiente observar que cada r puede jugar a lo más una vez entre la tercera y la del quinta etapa.

Proposition 3 *Whenever r is called to play in the third stage she has a unique dominant strategy: to join her favorite available department, which is her favorite department among the ones who made her idoneous y are left with positions to fill. It holds both for the reduced y for the full game. Whenever r is* *called to play in the fifth stage of the full game she a unique dominant strategy: to join her favorite available department.*

Proof. The proof is trivial for the reduced game y for the fifth stage of the full game. For the third stage of the full game it suffices to observe that if r is called to play at most once between the third y the fifth stage. ■

La carencia de incentivos meritocraticos

Primero demostramos que **el procedimiento no es inmune de la manipulación entre los agentes**. Formalmente el conjunto de SPE incluye siempre un conjunto estable que es independiente de los critrerios fijados por el ministerio. Sigue que el mecanismo no proporciona bastantes incentivos para emplear a los mejores aspirantes. Puede fomentar la colusión entre departamentos para hacer terminar la asignación en la primera etapa. Los resultados de SPE del juego redudido y del completo contienen siempre $\Gamma(D, R, P^n)$, que es independiente de qualquier T. Depende solamente de las preferencias de los agentes, una vez que el número de contratos financiados, se sepa. El resultado no se basa en los costes de aplicación.

Proposición Deado n, sea P un perfile de preferencias y sea $\mu \in \Gamma(D, R, P^n)$. Entonces existe un SPE odel juego completo que resulta en μ donde todos los contratos se firman en la terecra etapa. Las misma estrategias son un SPE, que da μ, también en el juego reducido.

Prueba Sea $\mu \in \Gamma(D, R, P^n)$. Se consideren las misma estrategias. Etapa 1: Cada r aplica a $\mu(r)$ etapa 2: en $z_2 \in Z_2$ d acepta los aspirantes en $r \in \mu^R(z_2)(d)$. Etapa 3: cada investigador juega su estrategia dominante. Etapa 4: en cada $z_4 \in Z_4$ d los aspirantes en $r \in \mu^R(z_4)(d)$. Stage 5: cada investigador juega su estrategia dominante. Con estas estrategias strategies, *en cada* $z_2 \in Z_2$ ningun investigador es acceptado por más de un departamento. La estabilidad de $\mu^R(z_2)$ en $(D(z_2), R(z_2), P^n(z_2))$ y de $\mu^R(z_4)$ en $(D(z_4), R(z_4), P^n(z_4))$, para todos los z_2 y los z_4 implica que estas estrategias son un SPE Las mismas estrategias, "cortadas" después de la tercera etapa son un SPE del juego reducido que resultan en μ.

Observación El perfil de estrategia usado en la prueba de la Proposición 3.4.1 es consistente con la evidencia empírica encontrada por la primera edición del programa. La mayoría de los aspirantes presentaron aplicaciones a pocos departamentos. También la mayoría de las instituciones hicieron idoneos solamente a investigadores que finalmente habrían empleado. Además casi todos los contratos fueron firmados al final de de la tercera etapa. Entre los emprejamentos que se cerraron en la quinta etapa típicamente el aspirante posponía la época de inicio del servicio y al final optaba para salir del programa. Pparece que los agentes eligieron deliberadamente no utilizar la cuarta y la quinta etapa.

En el equilibrio construido en la prueba de la Proposición 3.4.1todos los contratos se firman en la tercera etapa. En general no todos los equilibrios son así. Más importante, hay resultados deequilibrio que no pueden ser resultado estrategias donde el primer matching es también el final.

Ejemplo Sea $k = 3$ y sea $q = 4$. Sea $n_1 = n_2 = n_3 = 1$ y $N = 3$. Sea $0 < \psi_r^d < u_r(d)$ fpara todod los d y r . Sea $T : r_1, r_{,2}, r_3, r_4$ $P_{d_1} = r_1$ $P_{d_2} = r_2, r_3$ $P_{d_3} = r_4, r_3$ $P_{r_1} = d_1$ $P_{r_2} = d_2$ $P_{r_3} = d_2, d_3$ $P_{r_4} = d_3$ Se consideren las siguientes estrategias : Etapa 1: $D_1(r_1) = \{d_1\}$, $D_1(r_2) = \{d_2\}$, $D_1(r_3) = \{d_2\}$, $D_1(r_4) = \varnothing$. Etapa 2: d_1 accepte solo r_1 y d_2 acepte solo r_2 y r_3. d_3 siempre acepte r_4. d_3 solo acepte r_4 cuando r_3 no aplica a otros departamentos en la primera etapa. d_3 no nadie má que r_3 y r_4. Etapa 3: los investigadores juegen sus estrategias dominantes Etapa 4: los departamentos juegen com en la Proposición 3.4.1 Etapa 5: los investigadores juegen sus estrategias dominantes. Estas estrateias son un SPE que da μ como asignación final.

$$\mu = \begin{array}{cccc} d_1 & d_2 & d_3 & \\ r_1 & r_2 & r_3 & r_4 \end{array}$$

Por contradición se asuma que μ pueda ser resultado de un SPE donde tosos los contratos se firman en la tercera etapa. Entonces r_4 no puede haber aplicado a ningun departamento porqué hubiera pagado unos costes positivos. r_3 puede haber aplicado solo a d_3.Sino se considere la siguiente desviación por r_3, $D_1(r_3) = \{d_3\}$. Nel subjuego inducido por esta desviación , por la perfeción en subjuegos d_3 acepta r_3 porque es la unica aplicación aceptable que recibe. Entonces tal desciación sería provechosa por r_3 porqué así ahorraría costes de aplicación.

Observación En el ejemplo la aceptación redundante de r_3 por d_2 excluye $r_4$del proceso. Esto perjudica d_3, que preferiría emplear r_4 antes que r_3 más bien que pero no puede.Esto no hubiese pasado si el juego hubiera terminado en la tercera etapa. Revela el interés que los departamentos pueden tener en que el proceso termine con la primera asignación.

El resultado siguiente caracteriza el conjunto de equilibrios cada uno de los subjuegos que comienzan en la etapa 4. Estos equilibrios son "estables a posteriori". Implica que el emparejamiento residual de cada subjuego es independiente de T.

Priposición Sea z_4 un nodo de la cuarta etapa. z_4 implementa el conjunto de matchings z_4-estables, $\Gamma R(D, R, P^n(z_4))$, en SPE.

Prueba Sea μ_2 estable en $(D(z_4), R(z_4), P^n(z_4))$. Es suficiente considerar solamente los agentes en $(D(z_4), R(z_4))$. Primero probamos que $\mu = \mu_1(z_4) \cup \mu_2$ es un resultado de SPE. Sean las siguientes las estrategias de los agentes en cada etapa. Etapa 4: $d \in D(z_4)$ admite los aspirantes en $\mu_2(d)$. Etapa 5: los aspirantes juegan sus estrategias dominantes. Ahora es suficiente demostrar ningun d tiene una desviación provechosa. Sea $R' \subset R(z_4)$ el conjunto de aspirantes tales que $r \in R'$ $dR_r\mu_2(r)$. Desviándose d puede conseguir solamente aspirantes en R'. La estabilidad deμ_2 implica que $\mu_1(z_4, d) \cup \mu_2(d) R_d \mu_1(z_4, d) \cup R''$ for all $R'' \subset R'$, entonces no hay desviación provechosa para d. Sea $\mu_2$un resultado de SPE . Sea $r \in R(z_4)$. Si $dP_r\mu_2(r)$ significa que d no ha aceptado r en la cuarta etapa. Si $r \in Ch_d(\mu_2(d) \cup \{r\})$ entonces d puede desviarse aceptando solamente a los aspirantes adentro de $Ch_d(\mu_1(d) \cup \{r\}) \backslash \mu_1(z_4, d)$, una contradicción. Entonces μ_2 pertenece a $\Gamma R(D(z_4), R(z_4), P^n(z_4))$.

Observación Si $z_4$es tal que $\mu_1(z_4, d) = \varnothing$ para todos los d, entonces la Proposición 3.4.1 generaliza los resultados de Sotomayor (2004) al caso many-to-one.

El juego reducido

Para que una asignacion termine en qinta etapa algún aspirante debe haber sido aceptado por un departamento que haya llenado toda sus posiciones en la primera etapa. La aceptación es redundante y puede ser que lastime algunos departamentos. Además el comportamiento parece extraño, especialmente cuando la información es completa. ¿Por qué debe un departamento dar la preaceptación a un aspirante que es seguro que no empleará? Podríaía ser una elección deliberada y colusiva de los departamentos. Prevendría matchings indeseados como el que está presentado en el Ejemplo 3.4.1. Ésta es la razón para estudiar el juego reducido que tiene un conjunto de equilibrios más pequeña y más atractiva, por lo menos para los departamentos. El juego reducido no tiene ningúna signación de equilibrio fuera del conjunto estable. Esto no depende tan de los criterios de evaluación usados por el ministerio, sino solamente del número de contratos financiados. La evaluación no puede "forzar" mejores colocaciones para los investigadores mejores, en equilibrio.

Estas intuiciones nos conducen a analizar el juego que termina con la primera asignación. Esto implementa el conjunto estable en SPE, si los costes son positivos. Cada aspirante no aplica a más que un único departamento.

Teorema Para cada n el juego reducido implementa $\Gamma(D, R, P^n)$ en SPE. En cada SPE los aspirantes no aplican a no más que un departamento.

Para probar el Teorem 3.4.1 necesitamos unos resultados preliminares. El primero es analogo a la Propositción 3.4.1.

Lema Sea z_2 un nodo de la segunda etapa donde han aplicado no más que N investigadores ($\sharp D(z_2) \leq N$). El juego que empieza en z_2 implementa el conjunto de los matchings que son z_2-estables, $\Gamma(D(z_2), R(z_2), P^n(z_2))$ en SPE.

Prueba Sin perder de generalidad asumismos que $D(z_2) = D$ y $R(z_2) = R$. Sea μ estable en $(D, R, P^n(z_2))$. Se consideren las siguientes estrategias. Para $d \in D$ sea $R_2(d) = \mu(d)$. Cada $r \in R$ juegue sus estrategias dominantes. Si d se desvía sea $\mu'(d)$ el resultado de esta desviación.

Sea $r \in \mu(d))\backslash\mu'(d)$. Entonces $dP_r(z_2)\mu(r)$ porque ningun aspirante ha sido aceptado por ningun departamento que no sea $d.\mu$ es estable en $(D, R, P(z_2))$ entonces $r \notin Ch_d(\mu(d) \cup \{r\})$.En particular $\mu(d)P_d(z_2)\mu'(d)$. Como μ es estable en $(D, R, P(z_2))$, no se puede dar el caso que d se desvíe no aceptando alguien en $\mu(d)$. Así no hay desviación provechosa para d e las estrategias son un SPE. Sea μ un matching que resulta de un SPE de z_2. Sea $d \in D$ y se asuma thatque $dP_r(z_2)\ \mu(r)$ por algun $r \in R$. SE considere la siguiente desviación para d: $R_2(d) = Ch_c((\mu(d) \cup \{r\})$, donde, como preferencias de d consideramos $P_d(z_2)$.Esta desviación da un matching μ' tal que $\mu'(d) = Ch_c((\mu(d) \cup \{r\})$ porqué los applicantes deciden en secuencia de acuerdo con T, y en cualquier SPE cada uno selección la mejor oferta disponible. Entonces si $r \in Ch_d(\mu(d) \cup \{r\})$ la desviación sería provechosa para d. Entonces μ es estable en $(D, R, P(z_2))$.

El resultado siguiente, demuestra que en cualquiera asignación de SPE en el cual cada investigador aplique a lo más a un departamento es estable bajo las preferencias efectivas.

Lema Todos los resultados de SPE donde cada investigador aplica a exactamente un departamento es estable en (D, R, P^n).

Prueba Sea μ un asignación de SPE donde cada investigador aplica a exactamente un departamento, y, por contradicción sea suma que (d, r) bloquea μ en (D, R, P^n). Se considere la desviación siguiente para r: que aplique solamente a d y después se conforme con las estrategias de SPE. En el subjuego inducido por tal desviación d recibe las aplicaciones de los agentes en $\mu(d) \cup \{r\}$. Dada la perfección en subjuegos debe ser el caso que la desviación empareja d y r , una contradicción.

Sigue la ptueba del resultado principal.

Prueba del Teorema 3.4.1 Por el Lema 5.3 es suficiente demostrar que, en equilibrio, ningún agente aplica a más de un departamento. En el equilibrio ningún agente que no encontre plaza envía alguna aplicación debido a los costes. Así pues, en el equilibrio no más que n investigadores aplican. En el otro lado sea m^* un SPE que da μ^*. Sea $\{D_1^*(r)\}_{r\in R}$ el perfil de estrategias. $r^* \in R$ y sea $d^* \in D$ such that $\mu^*(r) = d$. Sea z_2 el nodo en el cual cada $r \neq r^*$ ha aplicado $D_1^*(r)$y r^* ha aplicado solamente a $d^*.\mu^*$ es estable en $(D(z_2), R(z_2), P^n(z_2))$ y d^* es la única pareja estable de r^* en $(D(z_2), R(z_2), P^n(z_2))$. Por 5.3, si $D_1^*(r^*) \supsetneqq \{d^*\}$, la desviación sería provechosa por r^*, porque produciría el mismo emparejamento y le ahorraria costes. Entonces debe ser el caso que para todos los $r\ D_1^*(r) = \{\mu^*(r)\}$.

En todo caso el mecanismo funciona correctamente si las preferencias de los departamentos coinciden con los criterios de evaluación del Ministerio.

Definición Sea $d \in D$. Sea T un ranking sobre R. Sea P_d un perfile de preferencias sobre 2^R. P_d es T-**meritocratico** *si es responsivo a* T.

cuando las preferencias son T-meritocraticasexiste un solo matching estable en (D, R, P^n), μ^T. μ^T asigna r^1 a su departamento prefereido, r^2 a su departamento preferido que tenga posiciones vacantes....

Proposición Sean T-meritocraticas las preferencias de todos los departamentos. Entonces el juego reducido implementa el único matching estable en en SPE.

Prueba Si los investigadores juegan su estrategia de SPE lo mejor que cada departamento puede hacer es aceptar a todos los aspirantes sin importar los movimientos de los otros departamentos. Así en cualquier SPE de z_2, d debe estar tan bien como jugando tal estrategia. El resultado de SPE debe ser el único matching estable de $(D(z_2), R(z_2), P(z_2))$. Sea μ^* un resultado de SPE. Sin pérdida de generalidad sea $T = r_1, ..., r_n, ...$ Por contradicción asuma que existe r_i tal que $\mu^*(r_i) \neq \mu^T(r_i)$.. Sea r_i el agente mejor rankeado entre estos. Entonces $\mu^*(r_j) \neq \mu^T(r_j)$ for $j < i$ y $\mu^*(r_i) \neq \mu^T(r_i)$. Entonces, por hipótesis. r_i puede lograr cualquier cualquier departamento en $\left\{d : \sharp\mu^T(d) < n_d\right\}$. Pero el departamento preferido en este conjunto es exactamente $\mu^T(r_i)$.

Observación El resultado no depende de los costes de aplicación

Cuando hay no hay costes y las preferencias no son T-meritocraticas el mecanismo puede producir matchings inestables. La intuición para el resultado es que la estrategias de aplicación pueden crear oportunidades para que los aspirantes coludan.Un matching inestable se puede sostener como equilibrio si algunos agentes aplican a más de una universidad.

Example 1 *Sea* $k = q = 3$ *y sea* $\psi_d^r = 0$ *para todos los* r *y para todos los* d. *Sea* $n_1 = n_2 = n_3 = 1$. *Sea* $P_{r_1} = d_1, d_2, d_3$, $P_{r_2} = d_2, d_1, d_3$, $P_{r_3} = d_2, d_3$. *Sea* $P_{d_1} = r_2, r_1, r_3$, $P_{d_2} = r_1, r_3, r_2$, $P_{d_3} = r_3, r_1, r_2$. *Considere* μ:

$$\begin{array}{ccc} d_1 & d_2 & d_3 \\ r_1 & r_2 & r_3 \end{array}$$

Es bloqueado por (d_2, r_3), *pero es una asignación de SPE. Se considerenlas siguientes estrategias.* r_1 *y* r_2*: aplican a* $\{d_1, d_2\}$ *y utilizan sus estrategias dominantes en la tercera etapa.* r_3*: apica a* $\{d_3\}$ *y utiliza su estrategia dominante en la tercera etapa. En cada* z_2 d *accepta solo los aplicantes en* $\mu^R(z_2)(d)$. *Es facil ver que estas son estrategias de SPE que dan* μ: μ *asigna a* r_1 *y* r_2 *sus departamentos preferidos,* r_3 *se desviara no podría conseguir ninguna posición mejor que* r_3. *Por la estabilidad de* $\mu^R(z_2)$ *ningun departamento tiene incentivos para desvíarse en* z_2.

μ se puede sostener como asignación de SPE también en el juego completo.

No está claro que clase de asignaciones se pueden sostener sin costes en SPE : es más grande que el conjunto de matchings estables, pero es contenido terminantemente en el conjunto de los matchings individualmente racionales[2].

Ejemplo Sea $k = q = 2$. Sea $n_1 = n_2 = 1$ y sea $N = 2$. Sea $P_{r_1} = d_1, d_2$, $P_{r_1} = d_2, d_1$, $P_{d_1} = r_1, r_2$ y $P_{d_2} = r_2, r_1$. El matching siguiente es individualmente racional pero no es estable)

$$\begin{matrix} d_1 & d_2 \\ r_2 & r_1 \end{matrix}$$

No se puede sostener en SPE del juego reducido, cualquiera sea T. No con aplicaciones únicas (Lema 5.3). Ni con aplicaciones multiplas: cada departamento que recibiera más de una aplicación tendría incentivo a desciarse y aceptar su aspirante preferido.

Cuando los costes son positivos y la información es completa ningún investigador aplicará a más de un departamento en equilibrio. Este hecho hace que algunas situaciones sean imposibles como las que está descritas en el ejemplo arriba. En el otro lado el ejemplo se basa en un comportamiento “incoherente " por parte de los departamentos. En los subjuegos en los cuales r_3 aplica a d_2 mientras que los otros investigadores se comportan como en equilibrio, d_1 acepta solamente r_2 aunque recibe las mismas aplicaciones que en la trayectoria del equilibrio (por r_1 y r_2). Unaconveniente asunción sobre el comportamiento de los departamentos ampliaría el resultado de la estabilidad al caso de costes cero.

Algunas observaciones sobre las cuotas

Un resultado bien conocido en los mercados bilaterales many-to-one el matching estable por los departamentos no es Pareto óptimo. Sönmez (1997) ha demostrado que hay incentivos para los departamentos para reducir sus cuotas verdaderas en mecanismoos de revelación.

Nuestro mecanismo no es de revelación pero se puede dar el mismo efecto. Consideramos el juego en el cual, cada departamento en una etapa preliminar debe pedir al ministerio una cierto número de posiciones financiadas. Asumimos que el ministerio está dispuesto a confirmar las peticiones de los departamentos. Entonces los agentes juegan el juego reducido. El mecanismo será llamado el juego extendido. Demostramos que el resultado del Teorema 3.4.1 no se extiende. Por lo tanto, ocultar cuotas no solo puede estar en el interés de los departamentos sólo , pueden también emerger como comportamiento de equilibrio. Este resultado profundiza el de Sönmez (1997)

Proposición Se asuma que hay por lo menos dos departamentos y tres investigadores admisibles. El juego extendido no implementa el conjunto estable en SPE

[2] La observación es de Jordi Massó.

Prueba Por la prueba se utiliza un contraejemplo basado en Sönmez (1997).
$S = \{s_1, s_2, s_3\}, D = \{d_1, d_2\}$,
Sean:
$c_1 = c_2 = 2$, $c'_1 = c'_2 = 1$, son las capacidaded posibles
$P(d_1) = \{s_1, s_2\}\{s_1, s_3\}\{s_1\}\{s_2, s_3\}\{s_2\}\{s_3\}$
$P(d_2) = \{s_2, s_3\}\{s_1, s_3\}\{s_3\}\{s_1, s_2\}\{s_2\}\{s_1\}$
$P(s_1) = d_2 d_1$
$P(s_2) = d_1 d_2$
$P(s_3) = d_1 d_2$
Sea
$\mu_1 = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 \\ \{s_2, s_3\} & \{s_1\} \end{pmatrix}, \quad \mu_2 = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 \\ \{s_1, s_2\} & \{s_3\} \end{pmatrix}, \mu_5 = \begin{pmatrix} d_1 & d_2 \\ \{s_1\} & \{s_2, s_3\} \end{pmatrix}$
Los conjuntos estables, Γ son $\Gamma(c_{1,}c_2) = \{\mu_1\}, \Gamma(c_{1,}c'_2) = \{\mu_{1,}\mu_2\}, \Gamma(c_{1,}c_2) = \{\mu_3\}, \Gamma(c'_1, c_2) = \{\mu_4, \mu_5\}$. Particularmente cuando ambas capacidades son iguales a 2 tendría que resultar μ_1. Por contradicción se asuma que el mecanismo implemente el conjunto estable en SPE. La segunda parte del juego ya sabemos que implementa el conjunto estables con respecto a las cuotas declaradas. Entonces si el mecanismo extendido implementa el conjunto estable en SPE debe ser el caso que μ_1 es el resultado de NE del juego siguiente cuando las capacidades son 2 para ambos los departamentos, no tiene ningún NE.

$d_1 \backslash d_3$	1	2
1	$s_{1,}s_3$	$s_1, \{s_2, s_3\}$
2	$\{s_2, s_3\}, s_1$	$\{s_2, s_3\}, s_1$

Pero se ve facilmente que el unico NE del juego, cuando las cuotas son $(2, 2)$, es $(1, 2)$ que resulta en μ_2.

3.4.2 El Nuevo Mecanismo: tensión eficiencia-estabilidad

El nuevo mecanismo cambia las formas de participación de los aspirnates a a la selección. No impide que ningun sea evaluado por el comité, si él elige participar. Ésta es la diferencia más relevante con el viejo mecanismo. Se note que solamente una aplicación es necesaria para entrar en la selección. Esto reduce los costes de participación.

Etapa 1: los aspirantes envían simultáneamente su CV científico y un proyecto de investigación al ministerio. Sea R_1 el conjunto de los agentes que aplican.

El ministerio evalúa y clasifica a todos los aspirantes. Los primeros $N = \sum n_i$ investigadores clasificados tienen el derecho (condicional a encontrar un departamento) de. firmar un contrato financiado. Los llamaremos idoneos Los otros están definitivamente fuera del programa.

Etapa 2: De una manera descentralizada los departamentos y los aspirantes idoneos firman contratos. Cada departamento d no puede firmar más que n_d contratos. Se da un matching μ.

Asumimos que la asignación descentralizada ocurre como sigue Una vez que el conjunto de investigadores idoneos se conoce, cada departamento revela los aspirantes que está dispuesto a emplear. Entonces, cada investigador decide secuencialmente a qué departamento juntarse entre los que le admitieron y tienen plazas vacantes[3]. El mecanismo es una extensión de Sotomayor (2004) al caso many-to-one y se puede describir formalmente como sigue. Sea $N' \leq N$ el número de investigadores idoneos. Sea $r_{i_1}, ..., r_{i_{N'}}$ el orden en el que los aspirantes pueden elegir. No asumimos que tal orden sea el de T.

Etapa 2.1 cada departamento d selecciona un subconjunto $R(d) \subset \{r_{i_1}, ..., r_{i_{N'}}\}$. Sea $D(r)$ el conjunto de los departamentos que aceptaron a r.

Etapa 2.1.1 r_{i_1} elige a un compañero en $D(r_{i_1}) \cup \{r_{i_1}\}$ Sean $\mu_1(r_{i_1}) = x_{i_1}$ $\mu_1(x_{i_1}) = \{r_{i_1}\}$ si $x_{i_1} \in D$, $\mu_1(r) = r$ para cada $r \neq r_{i_1}$ y $\mu_1(d) = \varnothing$ para cada $d \neq x_{i_1}$.

Etapa 2.1.t $(2 \leq t \leq N')$ r_{i_t} elige un compañero en el conjunto $D(r_{i_t}) \backslash \{d : \sharp\mu_1(d) \geq q_d\} \cup \{r_{i_t}\}$. r_{i_t} chooses a mate x_{i_t} d in the sea $D(r_{i_t}) \backslash \{d : \sharp\mu_1(d) \geq q_d\} \cup \{r_{i_t}\}$. Sea $\mu_t(r_{i_i}) = x_{i_t}$, $\mu_t(x_{i_t}) = \mu_{t-1}(r_{i_i}) \cup \{r_{i_1}\}$, y $\mu_t(x) = \mu_{t-1}(x)$ para cada $x \neq r_{i_t}, x_{i_t}$.

Sea $\mu = \mu_{N'}$

Sea z un nodo inicial de la segunda etapa y $R(z)$ sea el conjunto de investigadores idoneos en z Sea $(D, R(z), P^n(z))$ el mercadobilateral en el cual las preferencias de los investigadores están como las originales y las preferencias de de cada departamento las coinciden con P^n sobre $2^R \backslash \{\varnothing\}$, encendido y los comjuntoas que contengan elementos que no sean en $R(z)$ son no no-aceptables. Llamaremos z-estable una asignación que pertenezca a pertenecer que empareja a $\Gamma(D, R(z), P^n(z))$. El resultado siguiente caracteriza los resultados de SPE de los subjuegos que comienzan en la segunda etapa, extendiendo el resultado de Sotomayor (2004), al caso many-to.one.

Corolario Sea z un nodo inicial de la segunda etapa. Entonces juegop que empieza en z implementa el conjunto z-estable, $\Gamma(D, R(z), P^n(z))$ en SPE.

Prueba Se observe que el subjuego que empieza en z es un subjuego que empieza en la cuarta etapa del juego completo game con el primer matching vacío y los agentes eligiendo en la orden $r_{i_1}, ..., r_{i_{N'}}$. Entonces la Proposición 3.4.1 concluye la prueba.

Al final tenemos

[3] De echo demostramos ell resultado principal bajo unas condiciones más generales (se vea el Appendix).

Proposición Sea $T = r_1, .., r_N, ...r_q$. Sea $\nu \in \Gamma(D, R, P^n)$.

(i) En cualquier equilibrio de SPE a lo más $\sharp\nu(D)$ vienen contratatados.

(ii) Sea $\sharp\nu(D) \geq N$ y sea μ un matching donde viene contratatados exactamente N investigadores. Sea r_{j^*} el peor invetigador contratado . sea $j^* > N$. μ es una asignación de SPE del nuevo mecanismo si y solo si μ es estable en el mercado en el cual excluyen a todos los investigadores no empleados, $(D, \mu(D), P_D, P_{\mu(D)})$, y para todos los $j < j^*$ tales que $\mu(r_j) = r_j$, r_j es single en mercado $(D, \mu(D) \backslash \{r_{j^*}\}) \cup \{r_j\}, P_D, P_{(\mu(D) \backslash \{r_{j^*}\}) \cup \{r_j\}})$.

(iii) Sea μ tal que $\sharp\mu(D) < N$. Entonces μ es una asignación de SPE del nuevo mecanismo si y solamente si es estable en $(D, \mu(D), P_D, P_{\mu(D)})$ y para todos los j tales que $\mu(r_j) = r_j$, r_j es solo en el mercado $(D, \mu(D) \cup \{r_j\}, P_D, P_{(\mu(D) \cup \{r_j\}})$.

(iv) Sea $\sharp\nu(D) > N$ y sean los costes de participación estrictamente positivos para cada agente. En cualquier SPE el mismo conjunto de agentes se empareja. El conjunto de resultados de SPE coincide con el conjunto de matchings descritos en (ii).

(v) Sea $\sharp\nu(D) \leq N$ y sean los costes de participación estrictamente positivos para cada agente.. El conjunto deasignaciones de SPE es $\Gamma(D, R, P^n)$.

Prueba En el Apéndice.

Se considere un equilibrio con pleno empleo en el cual un investigador mal evaluado firme un contrato financiado y algún investigador con mejor ranking no ha aplicado. De la Proposoción 3.4.2 es porque el investigador mejor en el caso de participar en la selección, no conseguiría ninguna posición aceptable y de participar se hubiera perdido un contrato. Perder contratos es posible en equilibrio si los costes son nulos, de (ii) o si el conjunto estable del mercado tiene menos que los investigadores empleados. Esto quita varios equilibrios del juego reducido aunque no previene totalmente la colusión entre los agente. Podría excluir algunos matchings individualmente racionales en los cuales se emplean investigadores bien alineados, debido a incompatibilidades.

Ejemplo Sea $k = 3$ y sea $q = 4$. Sean $n_1 = n_2 = n_3 = 1$ y $N = 3$. $T : r_1, r_{,2}, r_3, r_4$ $P_{d_1} = r_2$ $P_{d_2} = r_1, r_3$ $P_{d_3} = r_4, r_3$ $P_{r_1} = d_2$ $P_{r_2} = d_1$ $P_{r_3} = d_2, d_3$ $P_{r_4} = d_3$ El ünico matching estable de $(D, R, P) = (D, R, P^n)$ es μ:

$$\begin{array}{cccc} d_1 & d_2 & d_3 & \\ r_2 & r_1 & r_4 & r_3 \end{array}$$

Por 3.4.1 μ es el ünico equlibrio del juego reducido. Solo r_1, r_2, r_4 están contratados. Por Proposiciónn 3.4.2 μ no se puede sostener con un SPE del nuevo mecanismo. De hecho el unico SPE del nuevo mecanismo es

$$\begin{array}{cccc} d_1 & d_2 & d_3 & \\ r_2 & r_1 & r_3 & r_4 \end{array}$$

A través del nuevo mecanismo recuperamos una cierta eficaciencia, con respecto a T . Éste era una de las preocupaciones de los diseñadores. El nuevo mecanismo puede actuar exactamente previniendo la formación de mercados estables ineficientes, previniendo la entrada del mecanismo de malos investigadores. No puede realizar de todos modos la tarea si las preferencias son demasiado endogamicas: el mercado sí mismo excluye a los investigadores (de (ii) y de (iii)), cualquiera sea su posición en el ranking.

3.5 Estructura de la información más general

En este párrafo relajamos la asunción de información completa y permitimos una estructura más general.

3.5.1 El modelo

Sea S (finito) el conjunto de los estados del mundo. Un estado del mundo, s es caracterizado por unranking T y un perfil de preferencias $U(s) = (U_x(\cdot \mid s))_{x \in R \cup D}$. Además cada agente, $x \in R \cup D$, tiene una distribución (prior), π^x sobre S. Una asignación es una función M de S al conjunto de los matchings posibles.

Los agentes participan al juego descrito en la sección anterior. Una **trayectoria** es un par (s, h), donde $s \in S$ y h es una historia de las acciones tomadas por los jugadores en el juego. A cualquier trayectoria terminal se asocia una asignación $\mu = \mu(h, s)$.

Un conjunto de información para un jugador x es un conjunto,I^x de historias que identifican esas trayectorias que el jugador no puede distinguir. $\Im^x$ denotará la colección de conjunto de información de x. $I^x(s)$ denotará la información de x en el estado s al principio del juego. Las estrategias de comportamiento para $x \in R \cup D$, σ^x, especifican las acciones tomadas por los agentes en cada conjunto de información. Sea $\sigma = (\sigma^x)_{x \in R \cup D}$ un perfil de estrategias.

Un perfil de estrategias σ^*(de comportamiento), es **secuencialmente racional** si, para todos , para todos y para cada conjunto de la información

$$\mathbf{E}_{\pi^x}\left[U_x(\mu(\sigma^*, s))) \mid I^x\right] \geq \mathbf{E}_{\pi^x}\left[U_x(\mu(\sigma^{-v*}, \sigma^v, s)) \mid I^x\right] \text{ para cada } \sigma^x$$

Donde $\mathbf{E}_{\pi^x}[\cdot, s)]$ denota el valor esperado con respecto a π^x. Se determinan las expectativas usando la regla de Bayes en los conjuntos de información que se alcanzan con probabilidad positiva. Es sin embargo necesario modelar las creencias fuera de la trayectoria del equilibrio, que es para los I^x que tienen probabilidad 0 dado (σ^*, π). Una distribución condicional apropiada tiene que ser asignada. Utilizaremos como conceptos de equilibrio el equilibrio Bayesiano perfecto del (PBE) y el equilibrio secuencial (SE). Observe que en el segundo caso la información en cualquier conjunto de la información debe ser consistente con la información inicial a través de la puesta al día Bayesiana.

3.5.2 El viejo mecanismo reducido

Sea $\mathcal{T}$ el conjunto de los rankings sobre R. Así la información de x determines una distribución de probabilidad, ρ^x sobre $\mathcal{T}$, donde $\rho^x(T) = \sum_{T=T(s)} \pi^x(s \mid I^x(s))$. Cada d, cuando recibe las aplicaiones por los investigadores en $R_1 \subset R$, puede determinar el orden relativo entre los miembros de R_1. Su conjunto de información en (s, h) puede entonces ser identificado por $I^d = (R_1, T_{|R_1})$ donde $T_{|R_1}$ está la restricción de T a R_1. Entonces la creencia de d es una distribución de probabilidad $\pi^d(\cdot \mid I^d)$. Asumimos que la distribución de probabilidad inducida sobre $\mathcal{T}$, $\rho^x(\cdot \mid I^d)$ es consistente con ρ^x para todos los I^d. Sea $\mathcal{T}^d(I^d) = \left\{T : T \mid R_1(d) = T(I^d)_{|R_1(d)}\right\}$ el conjunto de rankings consistentes con la "información de d en I^d. Esto induce una estructura diferenciada de información. Los departamentos son mejor informados que aspirantes en la graduación final. Cada departamento sabe solamente la evaluación de sus aspirantes pero ha información detallada sobre la posición de otros participantes. La reunión de la información de todos los departamentos revelaría el ranking completo.

Observación En la etapa final del juego, en el cual los investigadores eligen en qué trabajar toda la información relevante ya se conoce. Entonces como en la Proposición los investigadores tienen como estrategia dominante aceptar la mejor oferta que tengan cuando sean llamados a elegir. El resultado vale en cualquier equilibrio consistente con la racionalidad secuencial.

Si μ es la función de asignación, y (h, s) es una trayectoria sea $R_1^d(h, s)$ el conjunto de aplicantes de d. Para todos los (h, s), (h', s') que pertenecen al mismo conjunto de información, I^d, se dará $R_1^d(h, s) = R_1^d(h', s') = R_1^d(I^d)$. $R_2^d(h, s) = R_2^d(I^d) \subset R_1^d(I^d)$ denotará los investigadores aceptados por el departamento d. Sea $T^d(I^d)$ un perfil de preferencias por d, responsivas a la orden siguiente sobre los individuos.

$rT^d(I^d)d \Leftrightarrow r \in R_2^d(h, s)$ por $(h, s) \in I^d$

$rT^d(I^d)r' \Leftrightarrow rT(s)r'$

Tales preferencias se dirán *meritocraticas en* I^d.

Sea $\mathcal{M}(I^d)$ mercado bilateral en el cual los investigadores tienen sus preferencias originales en el estado s y cada departamento tiene preferencias $T^d(I^d)$. Sea $\mu^T(I^d)$ la única asignación estable. Entonces valen los resultados siguientes..

Lema I^d sea un conjunto de información que pertenece a la segunda etapa y los investigadores juegen somoen la Propsición 3.4.1. Entonces el resultado (h, s) es $\mu^T(I^d)$ en cualquier SE y en cualquier PBE.

Prueba Sea $r_1T...Tr_s$, $s \leq n$ sean los aspirantes que reciben un contrato financiado que acuerda en trayectoria (h, s). Sea $d_1 = \max_{P^{r_1}(s)} \left\{d : r_j \in R_2^d(h, s)\ \right\}$ $d_{j+1} = \max_{P^{r_{j+1}}(s)} \left\{d : r_j \in R_2^d(h, s), |\{0 \leq k \leq j-1 : d = d_{j-k}\}| < n^d\right\}$, para $j \leq s-1$, con la convención $\max_{Pr(s)} \varnothing = r$. d_j es la pareja de r_j después de h en el estado s. Ejecutando el algoritmo de aceptación diferida con los departamentos que aplican, donde cada departamento d es substituido por n^d en el orden $(d_1, ..., d_s)$ uno obtiene la mismasignación. Entonces la primera afirmación sigue tenendo en que el resultado del algoritmo tal procedimiento es matching estable óptimo de los departamentos cualquier sea el orden de ejecucción. La segunda sigue ejecutando el algoritmo con los aspirantes que aplican en orden definido por T.

Entonces la estrategia de los departamentos asciende en “revelar” un perfil de preferencias de un conjunto restricto. Si la etapa de aplicación no da más información que la inicial a los departamentos y si las preferencias son conocimiento público se aplican las conclusiones de la sección anterior. Particularmente.

Corolario Se asuma que la información es completa acerca de las preferencias de los agentes y la estructura informativa es igual que en la Sección 3.4.1. Entonces
(i) el juego completo implementa de forma débil el conjunto estable en PBE y en el SE
(ii) el juego reducido implementa el conjunto estable en PBE y en el SE.

Entonces las asimetrías de información pueden tener un diverso impacto en el análisis si y solamente si afectan las preferencias y no sólo la graduación de los agentes.

Ahora, para hacer el análisis formal más simple nos consideramos solamente perfiles de la preferencia en los cuales los departamentos pueden distinguir solamente entre los aspirantes aceptables y no aceptables. Quieren solamente para llenar sus posiciones con investigadores aceptables. Asumen la graduación oficial acerca de los aceptables, pero esto no significa que sus preferencias son meritocraticas.

Sea u_A^d (s) la utilidad de d de un investigador aceptable y sea u_{NA}^d (s) la utilidad de d de un investigador inacceptable en s. Sea $u^d(\varnothing, s) = 0$ la utilidad de no emplear ningun investigador. Sea u_{NA}^d $(s) < 0 < u_A^d(s)$. Sea $A^d = A^d(s)$ el conjunto de investigadores aceptables para el departamento d en s. Sea

$$\begin{aligned} u^d(R', s) &= \left|A^d(s) \cap R'\right| u_A^d(s) + \left|R' \backslash A(d,s)\right| u_{NA}^d(s),\ R' \neq \varnothing, |R'| \leq q_d \\ u^d(R', s) &< u^d(\varnothing, s) \text{ if } |R'| > q_d \end{aligned}$$

Diremos que una estrategia del departamento es **esencialmente dominante** si es dominante en el juego reducido en el cual los investigadores juegan según la estrategia en la Proposición 3.4.1.. En el Apéndice demostramos que es esencialmente dominante, para todos los departamentos aceptar todos los investigadores aceptables.

Proposición Aceptar todos los investigadores aceptables es la única estrategia esencialmente dominantes de los departamentos, además es la única estrategia de los departamentos que resiste a la eliminación iterada de estrategias dominadas.

Sigue que aceptar todos los investigadores aceptables es la única estrategia usada en equilibrios estables (a la Mertens).

3.5.3 Estabilidad y eficiencia

Ahora consideramos la estabilidad de los equilibrios

Sea $\mathcal{M} = (D, R, P) = (D, R, P^D, P^R)$ el mercado bilateral donde P^D es de la misma forma que 3.1. Sea $n = (n^d)_{d \in D}$ un asignación de contratos a los departamentos.

Definición Un matching μ en $\mathcal{M}$ es $n-$**stable** en $\mathcal{M}$ individualmente racional y si no existen $d \in D$ ni $\widehat{R} \subset A^d$ tales que $n^d \geq \left|\widehat{R}\right| > |\mu(d)|$ y $dP^r\mu(r)$ para todos los $r \in \widehat{R} \backslash \mu(d)$.

Un matching es estable, dada una asignación de un numero de contratos a cada departamento, si satisface a dos condiciones. Si es individualmente racional y si ningún departamento podría aumentar el número de investigadores aceptables empleados con los aspirantes que prefieren trabajar por esto antes que a su patrón actual.

La información incompleta atenúa los resultados netos obtenidos bajo hipótesis de información completa. Al contrario del Teorema 3.4.1 un investigador podría aplicar a un cierto departamento o departamentos incluso si no es segura de terminar en esto. Considere el caso en el cual un aspirante crees que si es aceptada por algun departamento la alinearán en una buena posición. Si ella no sabe exactamente si ella es aceptable a algunos departamentos donde quisiera trabajar aplicaría a más departamentos si le importa bastante la profesión (es decir si los costes de aplicación son relativamente bajos). Es similar el caso en el cual un aspirante aplica a un cierto departamento a pesar de el riesgo de terminar parado. No es segura de pasar el corte pero quiere trabajar solo para tal departamento.

Puede ser que, para algunas realizaciones, que un departamento haya aceptado a más aspirantes que los que finalmente contratará. Aunque la estrategia es a posteriori redundante puede ser óptima dada la información. Este comportamiento podría hacer que a un aspirante idoneous no sea empleado. Cualquier inestabilidad en la asignación final se manifesta con unos contratos no asignados.

Hay dos causas de tales inestabilidades. La primera que podríamos llamar riesgo-inducida. Esta inestabilidad está debido a que los aspirantes que quisieran ensamblar un departamento que no llenaría de otra manera todas sus vacantes es demasiado mal alineada con respecto a los otros aspirantes idoneos. Viene de los departamentos debido a la carencia de información. La otra forma de inestabilidad que llamaremos manipulativa y es debida al hecho de que un buen aspirante es rechazado por un cierto departamento, no perder aspirantes peores. Esta forma de inestabilidad necesita una información más detallada: rechazar a un buen aspirante a favor de otro peor reduce la probabilidad de matching con un investigador aceptable. Puede emerger en una estructura en la cual las preferencias de los departamentos sean estrictas. De la Proposición 3.5.2 tales clases de estrategias son dominadas (esencialmente).

Proposición En equilibrio solo se pueden dar inestabilidades riesgo-inducidas o manipulativas. En ambos casos por lo menos investigador preaceptado y idoneo está parado. Si los departamentos juegan sus estrategias esencialmente dominantes solo se dan inestabilidades meritocraticas. La asignación final es n-estable si e solo si emple N investigadores.

Observando los datos no parece hayan inestabilidades. Todos los contratos en presupuesto (y aún más) han ido asignados. Una explicación es que la información sea completa o casi. Es también probable que el mecanismo en sí induce los agentes, principalmente departamentos, a compartir información que tienen acerca de los aspirantes y de su evaluación. El argumento es que la carencia de información puede inducir aceptaciones redundantes y inestabilidades que dañan los departamentos reduciendo el número de los investigadores asignados a algunos departamentos. El revelación voluntaria de información puede prevenir tales efectos. Dada la dimensión y la estructura del mercado los costes de comunicación son más bajos que los costes en los cuales los departamentos incurrirían si perdieran un contrato financiado.

3.6 Datos y resultados

En esta sección estudiamos la evidencia empírica que apoya los resultados teóricos encontrados para el mecanismo asociado a la primera convocatoria del Programa Ramón y Cajal. Los datos analizados fueron proporcionados por la Dirección General de Investigación del Ministerio de Ciencia y Tecnología. Tenemos datos sobre las solicitudes de los investigadores y las informaciones proporcionados por las 151 instituciones de investigación que participaron en el programa. Estas instituciones solicitaron 2064 contratos. La mayoría de las instituciones tienen más de un departamento de investigación en las 24 áreas científicas en las cuales los aspirantes están divididos. Una vez decididas las demandas de contratos por la institución, los departamentos de la investigación jugaban como agentes independientes. El programa fue diseñado para financiar para un máximo de 800 contratos. 2807 investigadores aplicaron por lo menos a un centro de investigación y consiguieron las preaceptaciones que permiten ser evaluados. Cada investigador puede presentar a lo más dos proyectos de investigación independientes. 122 investigadores decidieron presentar dos proyectos de investigación. Por lo tanto, fueron presentados 2939 diversos proyectos de investigación. Estos proyectos recibieron 3974 preaceptaciones.

24 comités, creados por la "Agencia Nacional de Evaluación y Prospectiva" (ANEP) evaluaron los aspirantes. Totales, 341 expertos participaron en la eval-

uación. Si un contrato era concedido a un investigador el podía elegir entr los departamentos de investigación que le habían preaceptado. Si había sido preaceptado simultáneamente por más de una institución de investigación tenía que clasificar estas instituciones. Los detalles en el número de los preaceptaciones obtenidos por los investigadores se presentan en la tabla 1.

TABLE 1: PREACEPTACIONES

Number of preacceptances	1	2	3	4	5	More than 5
Applicants	2229	486	124	45	24	14
(percentage)	76.3%	16.6%	4.2%	1.5%	0.8%	0.4%
Granted	562	150	31	11	12	8
(percentage)	72.6%	19.4%	4.0%	1.4%	1.6%	1.0%

Finalmente, se seleccionaron 802 aspirantes y se firmaron782 contratos. La primera llamada del Programa Ramón y Cajal ha respondido al propósito de estabilizar a los investigadores. El programa también incorporó 315 nuevos investigadores, de quienes 104 no tenían nacionalidad Española (más detalles sobre la primera llamada del Programa Ramón y Cajal se pueden encontrar en Sanz Menéndez L. et al. (2003)).

Analizamos varias intuiciones provistas por nuestros resultados teóricos usando los datos de los 2939 proyectos individuales que fueron evaluados por los diversos comités. Primero, analizamos en qué medida los investigadores y las instituciones españoles tienen o no una tendencia a conseguir preaceptaciones del centro de investigación donde alcanzaron su PhD. Esto es evidencia de comportamiento endogámico dado que, en general, las universidades tienden a no emplear sus propios graduados. 998 investigadores fueron, de hecho, preaceptados por el departamento donde alcanzaron su PhD. Sabemos que fuera de los 2229 aspirantes con solamente una preaceptación, 616 de ellos fueron preaceptados por el departamento de investigación donde alcanzaron su PhD. Además 158 departamentos de investigación de 151 instituciones que participaban en el programa, dieron preaceptaciones solamente a sus propios graduados. Por lo tanto, podemos deducir que la endogamia era evidente en la fase de las preaceptaciones del Programa Ramón y Cajal. En la tabla 2 analizamos este comportamiento y presentamos un modelo donde controlamos para los efectos de endogamia en las diversas áreas de la investigación.

Table 2: El modelo de endogamia

Dependent Variable: Preacceptance in the institution where the candidate graduates (Y/N)				
	Model 1 (1)	Std.Err.	Model 2 (1)	Std.Err.
Spanish residence	0.277	0.070	0.327	0.739
% of public funding of the preferred institution	1.360	0.143	1.515	0.150
Number of Preacceptances	0.203	0.025	0.205	0.027
Research Area 1			1.671	2.334
Research Area 2			1.532	0.345
Research Area 3			1.464	0.335
Research Area 4			2.114	0.363
Research Area 5			1.391	0.339
Research Area 6			1.598	0.346
Research Area 7			1.010	0.359
Research Area 8			1.079	0.351
Research Area 9			1.452	0.331
Research Area 10			1.689	0.344
Research Area 11			1.757	0.344
Research Area 12			1.300	0.488
Research Area 13			1.170	0.446
Research Area 14			1.454	0.423
Research Area 15			1.937	0.369
Research Area 16			1.214	0.478
Research Area 17			0.512	0.408
Research Area 18			1.129	0.453
Research Area 19			-	-
Research Area 20			1.670	0.399
Research Area 21			0.692	0.403
Research Area 22			1.456	0.358
Research Area 23			1.351	0.346
Research Area 24			1.776	0.352

	Model 1		Model 2	
Log Likelihood	-1740.76		-1646.81	
Number of observations	2823		2823	
LR tests for joint significance of slopes	160.08	0.000	164.07	0.000
LR tests for joint significance of Area Dummy			162.84	0.000

(1) Maximum Likelihood estimates for probit estimates.

Presentamos dos regresiones probit sobre una variable que tiene valor uno si un proyecto de investigación ha solicitado y alcanzado un preaceptación en un centro de investigación y el investigador alcanzó su Doctorado. Se observe que hay un conjunto de centros de investigación que no pueden ser endogámicos por definición. Esto es porque no proporcionan Doctorado, así no pueden preaceptar y emplear propio sus propios graduados. También consideramos una variable que recoge el porcentaje de financiamiento público de las instituciones preferidas por el aspirante para su proyecto entre las que le preaceptaron.

Los centros de investigación públicos, como las universidades públicas pueden obtener fondos privados a través de contratos de investigación con el sector privado. Podemos deducir que un investigador aumenta las ocasiones de pedir y de conseguir un preaceptaciones del centro donde alcanzó su Doctorado cuando la proporción de financiamiento público de la institución aumenta. Finalmente las ocasiones de incurrir en endogamia aumentan con el número del preaceptaciones. Esto significa que los centros de investigación están vistos como punto de entrada normal a la carrera de la investigación para sus graduados. Por lo tanto, si un graduado considera aplicar a más de un centro ella incluye el centro donde ella gradúa entre ellos. Merece la pena notar que, de los aspirantes que finalmente se seleccionaron, 261 habían sido preaceptados por los centros de investigación donde obtuvieron su Doctorado y 198 de ellos tienen solamente la preaceptación de estos centros. Podemos concluir que en la primera llamada del Programa Ramón y Cajal que las instituciones de investigación españolas tienen una tendencia a preaceptar sus anteriores estudiantes de Doctorado. También esto es más frecuente si la institución como la parte de financiamiento privado disminuye. En nuestro segundo modelo podemos ver los controles dummies por el área, entre otras cosas, para la probabilidad a incurrir en comportamiento endogamico. Utilizamos como área de referencia la que contribuye menos al aumento la probabilidad de endogamia. Ésta es el área 19, Economía.

Hemos considerado el problema de endogamia y hemos visto cómo no puede ser prevenido por el mecanismo mientras que fue predicho en nuestros resultados. Hay otra variable que puede darnos más intuiciones sobre nuestros resultados teóricos. Aunque no tenemos ninguna información directa del plan de estudios de los aspirantes podemos modelar las evaluaciones dadas, por los diversos comités de evaluación, a los proyectos presentados por los aspirantes. El modelo se presenta en la tabla 3. Podemos ver cómo los aspirantes con más preaceptaciones y la residencia en EE.UU. consiguen notas mejores; note que esto también se aplica a los residentes españoles en los EE.UU. el perfeccionamiento doctoral o posdoctoral. Haber alcanzado un Doctorado en España o presentar más de un proyecto de investigación influye negativamente en la nota alcanzada por el aspirante. Las diferencias en las notas inducidas por estas variables están entre los 8 y los 100 puntos.

Table 3: El Modelo de las Notas

Dependent Variable: Score (1-100)

	Model 1	Std.Err.	Model 2	Std.Err.	Endogamy	Std.Err.
More than one research project	-4.557	1.439	-4.583	1.392	-6.036	2.155
US residence	8.725	1.740	8.222	1.682	2.009	3.066
Spanish Ph.D.	-2.920	1.025	-3.307	1.027	-	-
Constant	64.38		-	-	-	-
Research Area 1			74.584	1.452	75.577	1.791
Research Area 2			63.505	1.821	60.348	2.590
Research Area 3			66.826	1.800	65.378	2.724
Research Area 4			66.654	1.481	65.271	1.464
Research Area 5			64.792	2.392	62.801	4.051
Research Area 6			67.158	1.661	65.294	2.125
Research Area 7			66.424	1.786	65.660	3.314
Research Area 8			63.157	2.231	62.012	4.120
Research Area 9			61.354	2.117	61.419	3.124
Research Area 10			63.992	1.262	62.091	1.302
Research Area 11			66.596	1.834	66.072	2.368
Research Area 12			61.880	1.793	57.844	2.814
Research Area 13			60.877	4.628	38.000	10.458
Research Area 14			65.899	4.300	65.006	7.403
Research Area 15			53.952	4.229	42.888	6.037
Research Area 16			70.912	2.515	74.051	3.958
Research Area 17			51.557	3.482	34.000	12.808
Research Area 18			62.921	3.087	64.000	7.394
Research Area 19			70.781	2.711	40.000	12.808
Research Area 20			56.206	4.934	49.200	6.846
Research Area 21			30.512	2.794	20.000	7.394
Research Area 22			52.724	3.650	52.703	5.732
Research Area 23			61.294	2.268	66.481	3.486
Research Area 24			62.964	1.959	58.774	2.536

	Model 1	Prb.>F.	Model 2	Prb.>F.	Endogamy	Prb.>F.
Number of observations	2906		2906		986	
F tests for joint significance of slopes	14.78	0.000	15.51	0.000	4.20	0.015
χ^2 tests for equality of Area dummies			294.63	0.000	1352.76	0.000

La característica más relevante de las notas es su variación entre las diversas áreas de investigación. Esta variación no se puede atribuir al hecho de que cada área tiene un diverso comité de la evaluación. Los criterios de evaluación y los estándares de la coordinación previenen divergencias en las evaluaciónes. Los criterios fueron basados en la evaluación de contribuciones académicas (publicaciones, patentes, etc. utilizando el índice estándar de las citaciones para las diversas áreas, hasta 60 puntos), el potencial del aspirante (hasta 20 puntos) y los méritos incluyendo estudios posdoctoral en centros de investigación internacionales (hasta 20 puntos). Otra origen natural de estos resultados es la diversa calidad de los aspirantes. Note que la nota fue basada en el logro académico y por lo tanto que es independiente del cociente aspirante/posiciónes en las diversas áreas o el número total de aspirantes. Los contratos fueron concedidos solamente a los aspirantes que eran excelentes según los criterios de la evaluación. Había 1006 aspirantes cualificados como excelentes y en todas las áreas había más aspirantes excelentes que los contratos disponibles. De hecho, el número de contratos tuvo que ser aumentado a partir del 800 a 802 debido a los empates.

Entonces, si había excelente aspirantes en todas las áreas y los puntos medios son perceptiblemente diferentes, esto se puede deber solamente a diversos grados de dificultad para conseguir una preaceptación en las diversas áreas. Esta posibilidad de los centros de investigación de incluir o no aspirantes en el proceso de selección se destaca en nuestros resultados teóricos y hay evidencia que haya sido utilizada por los resultados en la tabla 3. Comparamos el modelo 2 en la tabla 3 con el modelo de endogamia. En este último modelo, incluimos solamente a investigadores que aplican a los centros donde obtienen su Doctorado. Podemos ver cómo las notas son genéricamente más bajas y en algunas áreas muy diferentes. No sabemos si los departamentos de investigación han tenido éxito en el prevenir que algunos agentes participaran en la selección pero está claro que muchos departamentos que decidieron preaceptar aspirantes locales mal clasificados.

Finalmente deseamos comparar los resultados de nuestro modelo teórico en cómo la información condiciona el comportamiento de los aspirantes. Utilizamos un ordere probit para analizar la relación entre el número de preaceptaciones y las características de los investigadores, que creemos ser relacionados con su información sobre las instituciones españolas. Suponemos que la información de un residente en España sea mayor que la que está de forastero y por lo tanto el primero buscará una preaceptación en pocas instituciones que el segundo dado que éste es costoso y una perdida de tiempo. En este sentido sumimos que esos investigadores que residen en España o han estado previamente en España tendrán información mejor que un investigador sin estas características.

En la tabla 4 presentamos los resultados principales de la parte empírica La residencia en España diminuye el numero de preaceptaciones pedidas y obtenidas. Si el aspirante ha alcanzado su Doctorado en los EE.UU. buscará más preaceptaciones. Note que una vez que un aspirante haya sido preaceptado para un centro que le gusta, su sola fuente de incertidumbre llega del proceso de selección. De hecho, de los 782 contratos que finalmente fueron firmados 732 fueron firmados con la primera elección del aspirante y el 96.16% entonces en la primera asignación. Por lo tanto, el aumento del número de las preaceptaciones para el mismo proyecto, que sucedió en el 23.7% de los casos, se debe a la incertidumbre sobre la posibilidad de conseguir firmar el contrato una vez que se había concedido. Esta incertidumbre se puede dar solamente por la carencia de información sobre la demanda de los centros. Esto se puede ver en la tabla 4, los coeficientes positivos y negativos de los que obtuvieron su Doctorado en los EE.UU. y de los que tenían dirección española se pueden entender como acciones de personas con diverso nivel de información sobre los agentes implicados en el proceso. Los resultados confirman las intuiciones proporcionadas por el modelo de la información incompleta.

Table 4: El Modelo del Numero de Preaceptaciones Totales

Dependent Variable: Number of preacceptances (1-5 or more)

	Model 1 (1)	Std.Err.	Model 2 (1)	Std.Err.
Spanish residence	-0.279	0.063	-0.203	0.065
US Ph.D.	0.448	0.135	0.378	0.140
More than one research project	1.582	0.761	1.724	0.078
Apply to the research institution where she achieve her Ph.D.	0510	0.050	0.504	0.051
Research Area 1			1.952	0.454
Research Area 2			1.000	0.463
Research Area 3			1.316	0.459
Research Area 4			1.062	0.455
Research Area 5			0.618	0.488
Research Area 6			1.301	0.458
Research Area 7			1.213	0.461
Research Area 8			0.887	0.474
Research Area 9			1.279	0.465
Research Area 10			1.218	0.452
Research Area 11			1.309	0.460
Research Area 12			0.790	0.463
Research Area 13			1.165	0.551
Research Area 14			1.545	0.524
Research Area 15			-	-
Research Area 16			2.216	0.470
Research Area 17			1.222	0.506
Research Area 18			0.867	0.513
Research Area 19			0.998	0.494
Research Area 20			0.963	0.578
Research Area 21			1.422	0.483
Research Area 22			1.241	0.504
Research Area 23			1.638	0.468
Research Area 24			0.947	0.468

	Model 1		Model 2	
Log Likelihood	-2388.59		-2283.01	
Number of observations	2914		2914	
LR tests for joint significance of slopes	544.33	0.000	555.10	0.000
LR tests for joint significance of Area Dummy			206.54	0.000

(1) Maximum Likelihood estimates for ordered probit estimates.

Si consideramos los resultados en la tabla 2 y los datos de la tabla 1 podemos deducir que éstos puede ser debidos al hecho que la mayoría de los aspirantes obtuvieron solamente una preaceptación. Este preaceptación gusta a la institución para la que está trabajando y son dada sin importar la calidad del aspirante. Sin embargo en la tabla 1 hemos demostrado cómo 76.3% de investigadores presentan solamente un proyecto de investigación y consiguen únicamente una preaceptación. Por lo tanto, podemos inferir que la incertidumbre era más alta para los que estaban fuera del sistema pero habían pocos en el proceso de la asignación. La mayor parte de los aspirantes que alcanzaron un contrato de investigación en la primera llamada del programa eran españoles. De hecho, el 75% de los 698 españoles a los que fue concedido un contrato vivían en España a la hora de la aplicación. De los 104 extranjeros 36 de ellos (el 5% de los contratos totales) vivían en España.

3.7 Conclusiones

La teoría sugiere que un diseño acertado del mecanismo de admisión debe tener en cuenta los motivos de los agente de la cuenta para proveerlos con los incentivos adecuados. El Programa Ramón y Cajal fue creado para mejorar la base científica española promoviendo el reclutamiento de investigadores de alto nivel y preservar la autonomía de las instituciones de investigación. El modelo que hemos presentado proporciona intuiciones sobre la manera en la cual estos dos objetivos han interaccionado en el diseño de los mecanismos de asignación.

Consecuentemente individuamos una falta del diseño. Los límites en el reclutamiento de científicos en el sistema Español están en la carencia de meritocracia causada principalmente por comportamiento endogámico. El objetivo del mecanismo era influenciar las acciones de los agentes a un punto que el departamento aceptara investigadores alta calidad.

Las preocupaciones meritocraticas dieron lugar a la selección de un aspirante, hecha lejos de los departamentos en cuestión, y dieron prioridad a los aspirantes mejores. Por otra parte, para preservar la independencia de los centros de investigación, se introdujo la fase preliminar de preaceptación. La interacción entre estas dos características grande libertad para la colusión entre los aspirantes y los centros de investigación. Solamente una grande asimetría de información parecería capaz de prevenir tal colusión.

El análisis de los datos confirma los resultados teóricos. La mayor parte de los aspirantes tienen pocas preaceptaciones y venían preaceptados por los centros de investigación donde obtuvieron su Doctorado. En el lado de la información candidatos "internos" presentan menos aplicaciones que los que no viven en España, confirmando así los resultados teóricos. La calidad del aspirante tiene más poca correlación con el número de preaceptaciones alcanzado.

Podríamos atribuir el reajuste del mecanismo hecho en la cuarta edición como la consecuencia de las faltas que presentaba. En este reajuste se ha quitado la etapa de preaceptación. Por lo tanto, el comité de evaluación considera todos los aspirantes. También, se ha descentralizada la asignación y se ha quitado cualquier prioridad.

El nuevo diseño de mecanismo es una mejora. Sin embargo no garantiza que los departamentos están compitiendo para los mejores investigadores. Puede asegurar solamente la calidad media de los aspirantes seleccionados.

Un punto interesante para la investigación futura teórica y empírica es la evolución del comportamiento de los agentes en las diversas convocatorias del programa. Los datos sobre las otras llamadas podrían también ayudar a clarificar el papel de los aspirantes a los que fue concedido un contrato pero decidieron abandonar el programa. De los aspirantes seleccionados 732 firmaron contratos con la institución que prefirieron y solamente 16 utilizan la segunda asignación y el firmaron un contrato con un centro de investigación que inicialmente no los había preaceptados. Esto apoya la idea de un entorno con información razonablemente completa, pero no nos es posible probar esta hipótesis.

3.8 Referencias

Alcalde J. (1996) Implementation of stable solutions to the marriage problem *J. of Econ. Theory* 69 , 240-254

Alcalde J. y Barberá S. (1994) Top dominance and the possibility of strategy-proof stable solutions to matching problems *Econ. Theory* 4, 417-435

Alcalde J., Perez-Castrillo D. y Romero-Medina A. (1998) Hiring Procedures to implement stable solutions to Matching Problems *J. of Econ. Theory* 82, 469-480

Alcalde J. y Romero-Medina A. (2000) Simple mechanisms to implement the core of college admissions problems *Games and Econ. Behav.* 31, 294-302

Alcalde J. y Romero-Medina A. (2005) Sequential Decisions in the College Admissions Problem *Economics Letters*, 86,153-158

Balinski M. y T. Sönmez (1999) A tale of two mechanisms: student placement *J. of Econ. Theory*, 74, 83-94

Ehlers L. (2004) In Search of Advice for Participants in Matching Markets which use the Deferred-Acceptance Algorithm *Games and Economic Behavior*, 48, 249-270

Gale D. y L. Shapley (1962) College admissions and the stability of marriage *American Mathematical Monthly*, 69, 9-15.

Gusfield D. y R. W. Irwing (1989) The stable marriage problem: structure and algorithms *MIT Press,* Cambridge

Kara T. y Sönmez T. (1997) Implementation of college admission rules *Econ. Theory* 9, 197-218

R. Martinez, J. Massó, A. Neme y J. Oviedo (2000) Single Agents and the Set of Many-to-one Stable Matchings *J. of Econ. Theory*, 91, 91-105

R. Martinez, J. Massó, A. Neme y J. Oviedo (2001) On the Lattice Structure of the Set of Stable Matchings for a Many-to-one Model *Optimization* 50 439-457

R. Martinez, J. Massó, A. Neme y J. Oviedo (2004) On Group Strategy-proof Mechanisms for a Many-to-one Matching Model *Int J. of Game Theory*, 33, 115-128

Pais J. (2005) On Random Matching Markets: Properties and Equilibria *Mimeo*

Romero-Medina A. (1998) Implementation of stable solutions in a restricted matching market *Rev. Econ. Design* 3, 137-147

Roth A. E. (1984a) The evolution of the labor market for medical interns and residents: a case study in game theory *J. Polit. Econ.* 92 , 991-1016

Roth A. E. (1984b) Misrepresentation and stability in the marriage problem *J. of Econ. Theory* 34, 383-387

Roth A. E. (1985) The college admission problem is not equivalent to the marriage problem *J. of Econ. Theory 36* , 277-288

Roth A. E. (2002) The economist as engineer: game theory, experimentation as tools for design economics *Econometrica*, 70, no. 4, 1341-1378

Roth A. E. y Rothblum U. G. (1999) Truncation strategies in matching markets-in search of advice for participants *Econometrica* 67, 21-43

Roth A. E. y Sotomayor M. (1990) Two Sided Matching: A Study in Game Theoretic Modeling and Analysis *Cambridge Univ. Press*, London/New York

Roth A. E. y Sotomayor M. (1992) Two-sided matching *Handbook of Game Theory, Volume 1, Elsevier Science Publisher B.V.*

Roth A.E. y Xing X. (1994) Jumping the gun: imperfections and institutions related to the timing of market transactions *American Economic Review*, 84, 992-1044.

Roth A.E. y Xing X. (1997) Turnaround time and bottlenecks in market clearing: decentralized matching in the market for clinical psychologists *J. Polit. Econ*, 105, 284-329.

Sanz Menéndez L., Jerez M.J., Romero-Medina A., Marqués I. y Martínez A. (2003) Una nueva política de recursos humanos en I+D: el programa "Ramón y Cajal" *Mimeo*

Selten R. (1975) Re-examination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games. *Int J. Game Theory* 4, 25-55

Sönmez (1997a) Manipulation via Capacities in Two-Sided Matching Markets *J. of Econ. Theory* 77, 197-204

Sönmez (1997b) Games of manipulation in marriage problem *Games and Econ. Behavior* 20, 169-176

Sönmez (1999) Can Pre-arranged Matches Be Avoided in Two Sided Matching Markets? *J. of Econ. Theory 86*, 148-156.

Zhou L. (1991) Stable matchings and equilibrium outcomes of the Gale-Shapley's algorithm for the marriage problem, *Econ. Letters* 36, 25-29

3.9 Apéndice A

Pobamos 3.4.2 bajo asunción más general acerca del mecanismo descentralizado que comienza en la segunda etapa.

Condición Sea z un nodo inicial de la segunda etapa. Sea $R' = R(z_2)$ el conjunto de investigadores idoneos. Cualquier resultado de SPE del la asignación descentralizada es estable en $(D, R(z), P^n(z), P_{R'})$.

Proposición Se asuma que valga la Condición 3.9. Sea $T = r_1, .., r_N, ...r_q$. Sea $\nu \in \Gamma(D, R, P^n)$.
(i) En cualquier equilibrio de SPE a lo más $\sharp\nu(D)$ vienen contratatados.
(ii) Sea $\sharp\nu(D) \geq N$ y sea μ un matching donde viene contratatados exactamente N investigadores y SPE del juego descentralizado. Sea r_{j^*} el peor invetigador contratado . sea $j^* > N$. μ es una asignación de SPE del nuevo mecanismo si y solo si μ es estable en el mercado en el cual excluyen a todos los investigadores no empleados, $(D, \mu(D), P_D, P_{\mu(D)})$, y para todos los $j < j^*$ tales que $\mu(r_j) = r_j$, r_j es single en mercado $(D, \mu(D) \backslash \{r_{j^*}\}) \cup \{r_j\}, P_D, P_{(\mu(D)\backslash\{r_{j^*}\}) \cup \{r_j\}})$.
(iii) Sea μ tal que $\sharp\mu(D) < N$. Entonces μ es una asignación de SPE del nuevo mecanismo si y solamente si es un SPE del juego descentralizado, es estable en $(D, \mu(D), P_D, P_{\mu(D)})$ y para todos los j tales que $\mu(r_j) = r_j$, r_j es solo en el mercado $(D, \mu(D) \cup \{r_j\}, P_D, P_{(\mu(D) \cup \{r_j\}})$.
(iv) Sea $\sharp\nu(D) > N$ y sean los costes de participación estrictamente positivos para cada agente. En cualquier SPE el mismo conjunto de agentes se empareja. El conjunto de resultados de SPE coincide con el conjunto de matchings descritos en (ii).
(v) Sea $\sharp\nu(D) \leq N$ y sean los costes de participación estrictamente positivos para cada agente.. El conjunto deasignaciones de SPE es el conjunto de SPE del juego descentralizado con preferencias P^n.

Prueba (i) es trivial
(ii) sea μ y j^* como en el enunciado y sea $R' = \mu(D)$. Sea $j < j^*$ tal que μ es un asignación de SPE odel nuevo mecanismo si y solo si partecipando a la selección ninguno de estos r_j puede obtener una posición aceptable. Si $j < j^*$ partecipare resultaría idoneo. Sea $z(j)$ el subjuego inducido por esta desviación. $R'(j) = (R' \backslash \{r_{j^*}\}) \cup \{r_j\}$. μ es un asignación de SPE si y solo r_j no tiene pareja como resultado de esta desviación. DE 3.9 y Martinez y al (2000) sigue (ii).
(iii) se prueba como (ii).
(v) de (ii)
(iv) de (ii).

3.10 Apéndice B

Sea (h,s) una trayectoria y sea σ^{-d} un perfile de estrategias para los jugadores distintos de d.

Sea $R^d(h,s,\sigma^{-d}) = A(d,s) \cap R_1^d(h,s,\sigma^{-d})$.

Sea $R^{-d}(s,\sigma^{-d}) = \widehat{R^d}(h,s,\sigma^{-d}) \cup \left[\bigcup_{d' \neq d} R_2^{d'}(h,s,\sigma^{-d})\right] = \{r_1,...,r_l\}$, donde $r_1T....Tr_l$. $R^{-d}(s,\sigma^{-d})$.

Se considere el siguiente algoritmo

sea $d_1 = \max_{P^{r_1}} \left\{d : r_1 \in R^{-d}(h,s,\sigma^{-d})\right\}$

$d_{j+1} = \max_{P^{r_{j+1}}(s)} \left\{d : r_j \in R_2(d,h,s), |\{0 \leq k \leq j-1 : d = d_{j-k}\}| < n^d\right\}$.

sea $\mu(h,s,\sigma^{-d})(r_j) = d_j$ y sea $\mu(h,s,\sigma^{-d})(r) = r$ para todo r.

sea $\sigma(h,s,\sigma^{-d})(d) = \mu(h,s,\sigma^{-d})(d)$ para todo (h,s) y sea $R_2^d(I^d,\sigma^{-d})(d) = \bigcup_{\pi^d(h,s|I^d,\sigma^{-d})(d)>0} \sigma(h,s,\sigma^{-d})(d)$.

Llamaremos $\sigma(I^d,\sigma^{-d})(d)$ la **estrategia segura frente a σ^{-d} en I^d.**

Lema Sea $d \in D$. sea σ^{-d} un perfil de estrategias para los jugadores distinto de d, donde los investigadores juegan según las estrategias descritas en 3.4.1. El perfil seguro de la estrategia frente a σ^{-d} en I^d es secuencialmente racional para d en I^d. Es la estrategia que asegura el maximo número de investigadores posibles en cada estado del mundo.

Prueba Sea $\pi^d(h,s \mid I^d,\sigma^{-d})(d) > 0$. Acceptando cualquier $R_2 \supset \sigma_2^d(h,s,\sigma^{-d})(d)$ empareja d con los agentes en $\mu(h,s,\sigma^{-d})(d) = \sigma(h,s,\sigma^{-d})(d)$. Podemos así considerar los conjuntos $R_1(d,I^d)$ con $\sigma(I^d,\sigma^{-d})\backslash R_2 \neq \varnothing$. En particular para todos los (h,s) con $\pi^d(h,s \mid I^d,\sigma^{-d})(d) > 0$ $\sigma(h,s,\sigma^{-d})(d)\backslash R_2 \neq \varnothing$. Es suficiente probar que en cada (h,s), aceptar tales R_2 no hace crecer la cardinalidad de $\mu(h,s)(d)$ donde $\mu(h,s)$ denota la función de asignación en (h,s), fijado σ^{-d}. Se puede asumir que$R_2\backslash\sigma(I^d,\sigma^{-d}) \neq \varnothing$ y que R_2 solo incluye investigadores aceptables. Sea μ_0 la asignación de (h,s) cuando d juega su estrategia segura y sea μ la asignación de (h,s) cuando d accepta the investigadores en R_2. $\mu_0(d) = \sigma(h,s,\sigma^{-d})(d)$. Se puede asumir que $\mu(d) = R_2(d)$. Sea $\mu_0(d)\backslash R_2 = \{\widehat{r_1},...,\widehat{r_s}\}$, $\widehat{r_1}T...T\widehat{r_s}$ y sea $\mu_1(d)\backslash\mu_0(d) = \{\overline{r_1},...,\overline{r_p}\}$ $\overline{r_1}T...T\overline{r_p}$. Tiene que ser $\widehat{r_1}T\overline{r_1}$, por la construcción de $\sigma(I^d,\sigma^{-d})$. Se considere el siguiemnte algoritmo. Sea μ^0 el matching cuando d accepta los investigadores en $\mu_0(d) \cup R_2$. Por $1 \leq j \leq s$: **Etapa j**: $R^j = \mu^{j-1}(d) \cup R_2\backslash\left\{\widehat{r_{s-j+1}}\right\}$. Sea μ^j el matching cuando d accepts los investigadores en R^j. Tenemos $\mu^s = \mu$. Aceptar $\mu_0(d) \cup R_2$ empareja d con $\mu_0(d)$. Probamos que $\left|\mu^{j+1}(d)\right| \leq \left|\mu^j(d)\right|$ para todo $0 \leq j \leq s$. Se observe que $\mu^{j-1}(\widehat{r_{s-j+1}}) = d$. Rechazando $\widehat{r_{s-j+1}}$ en la etapa j no perjudica las elecciones de los aplicantes clasificados por encima de $\widehat{r_{s-j+1}}$. Este rechazo puede, a lo mejor dar lugar a un ciclo de rechazos que interesa solo candidatos peor rankeados. Entonces d es emparejado a no más de un aplicante distinto de $\widehat{r_{s-j+1}}$ a cada etapa. Entonces $\left|\mu^{j+1}(d)\right| \leq \left|\mu^j(d)\right|$ y $|\mu(d)| = |\mu^s(d)| \leq \left|\mu^0(d)\right|$.

Prueba de la Propsición 3.5.2 Sigue de 3.10 y 3.5.2.

Prueba de la Proposición 3.5.3 Sea σ^* un equilibrio y sea $\mu^* = \mu^*(s,T)$ matching de equilibrio de (s,T). Sea $d \in D$ y sea $\widehat{R} \subset A(d,s)$ tal que $n^d \geq \left|\widehat{R}\right| > |\mu^*(d)|$ y $dP^r(s)\mu^*(r)$ para todos los $r \in \widehat{R} \backslash \mu^*(d)$. En equilibrio $|\mu^*(d)|$ es el maximo numero de investigadores que d pueda obtener en (s,T) frente a σ^{*-d} (por 3.10). Sea $r \in \widehat{R} \backslash \mu^*(d)$ con $\left|\left\{r' \in \bigcup_{d'} A_2(d', s, I^{*d'}) : r'Tr\right\}\right| <$ N. Consideramos primero el caso en el que r ha apliacdo a d. Si $r'Tr$ para cada $r' \in \mu^*(d)$ se considere la siguiente desviacción de d: aceptar $\mu^*(d) \cup \{r\}$. Emparejaría d con $\mu^*(d) \cup \{r\}$ en (T,s). En contradicción con 3.10: d podría obtener $|\mu^*(d)|+1$ investigadores jugando su estrategia segura frente a σ^{*-d}. Si r no había aplicado a d se considere la siguiente desviacción de r: aplicar como en σ^{*r} y a d. No cambia los conjuntos informativos de ningun d. Empezando por tal trayectoria d puede obtener por lo menos $|\mu^*(d)|$ investigadores en (T,s). Como los costes son pequeños debe ser que d no está emparejado con r como resultado de esta desviacción. Sino aplicar a d haría crecer la probabilidad de r de un emparejamento mejor. Entonces d puede obtener no más de $|\mu^*(d)|$ investigadores. La ultima parte del enunciado sigue observando que d no llena todas las posiciones disponible en (s,T).

Chapter 4

El Ganador de Condorc con Información Incompleta: Multiplicidad y Implementación

El capitulo analiza la implementación del ganador de Condorcet. Se demuestra que para un conjunto no insignificante de distribuciones de la probabilidad no se puede implementar en equilibrio Bayesiano el reglas de elección sociales consistentes con el ganador de Condorcet. Una tensión entre la robustez del ganador de Condorcet y la monotonía Bayesiana aparece. Se demuestra un resultado positivo para priors uniformes.

4.1 Introducción

El objetivo de este capitulo es investigar la implementación de reglas de elección social bajo información incompleta en ambientes con bienes públicos puros. Es un caso en el cual los resultados clásicos de implementación Bayesiana no valen, en general. Tales ambientes, típicamente no son económicos (en el sentido de Jackson (1991)) la condición de Monotonía Bayesiana ya no es suficiente para que una regla de elección social fijada sea implementable en equilibrio Bayesiano.

Consideramos el caso del caso en el cual los agentes tienen solas preferencias "single peaked" sobre un conjunto finito de asignaciones y nos centramos en el ganador de Condorcet. Como punto de referencia en elección social y en la ciencia política es de interés en sí mismo. Pero parece particularmente adapto para un estudio preliminar porqué es Pareto óptimo y "strategy proof". Es implementable en estrategias dominantes por el simple mecanismo que pide a los jugadores que voten su elección preferida. Es entonces "ordinally incentive compatible" (Majumdar y Sen (2004)) en el dominio de preferencias "single peaked". Significa que es "incentive compatible"para todas las estructuras informativas y para cualquier representación de la preferencias. Pero los mecanismos de votación producen generalmente una multiplicidad de equilibrios y esto no es una excepción. Aunque el ganador de Condorcet es implementable en el equilibrio de Nash cuando la información es completa (es monótono según Maskin y satisface la propiedad de No-veto) el mecanismo que implementa es mucho más compleja que un simple votación debido a la necesidad de eliminar equilibrios múltiples.

Y aparte de la compatibilidad por incentivos, la multiplicidad es el obstáculo principal a la implementación bajo información incompleta, especialmente cuando están presentes bienes públicos. Laffont y Maskin (1982) observaron que el mecanismo "incentive compatible" propuesto por d'Aspremont y Gerard-Varet (1979) para una clase de problemas de bienes públicos puede generar múltiples equilibrios Bayesianos suboptimales. La diferencia entre el enfoque del diseño de mecanismos y la implementación Bayesiana "exacta" está exactamente aquí: el objetivo del diseño del mecanismo es construir formas del juego donde el conjunto de asignaciones de equilibrio incluyen la regla de elección social deseada, en la implementación Bayesiana que el conjunto del resultado del equilibrio debe coincidir con la regla de elección social deseada.

La literatura que estudia la implementación exacta bajo información incompleta ha dedicado la mayor parte de su atención a los ambientes que contenían solamente bienes privados (Palfrey y Srivastava (1989)) o caracterizados por utilidad transferible. No sólo la asunción de utilidad transferible hace tales ambientes económicos. Resulta crucial en muchos resultados positivos para eliminar equilibrios multiples indeseados, utilizando argumentos de separación. Palfrey (1992) y Palfrey y Srivastava (1993) prueban que, bajo independencia y una condición de la consistencia en los priors , la compatibilidad por incentivos es necesaria y también suficiente para que una regla de elección social sea implementable en equilibrio Bayesiano. Arya y otros. (2000) demuestran que en un modelo de selección adversa y agente principal, la sola característica "single crossing property" y la compatibilidad por incentivos son suficientes y casi necesarias para la implementación Bayesiana exacta.

En nuestro marco la situación cambia dramáticamente aunque la Monotonía Bayesiana se demuestra ser suficiente para la implementación Bayesiana. Probamos que los estados del mundo en el cual cada uno de los jugadores es "redundante", hacen la implementación muy compleja. Éstos son estados del mundo en el cual el ganador de Condorcet supera al resto de los candidatos por lo menos en dos votos. El primer resultado es que si uno de estos estados ocurre con bastante probabilidad el problema de la multiplicidad de equilibrios no puede ser solucionado. Si todos los jugadores creen que su probabilidad de influenciar el resultado final es demasiado baja, no hay manera de eliminar los "equilibrios malos", sin permitir desviaciones provechosas de las asignaciones deseadas. Esta probabilidad depende de la cardinalización de las preferencias de los agentes, es a decir en sus actitudes hacía el riesgo. Es más baja más alta es la diferencia percibida entre candidatos. Es una consecuencia directa que, si todos estos estados tienen probabilidad nula, el ganador de Condorcet es entonces implementable en equilibrio Bayesiano. El resultado se puede ampliar a un marco más general. Más exactamente que una regla de elección social haga todos los agentes no determinantes en algún estado del mundo, no satisface la monotonía Bayesiana para un conjunto abierto de priors. El resultado revela una tensón general entre la compatibilidad por incentivos y la Monotonía Bayesiana. La existencia de tales "estados redundantes" hace que sea mas facil satsfacer a la strategy-proofness y entonces la compatibilidad por incentivos. Por otra parte si son demasiado probables es imposible eliminar equilibrios no deseados. Como corolario sigue que cualquier la regla de elección social consistente con la de Condorcet y es implementables en equilibrio Bayesiano para un conjunto abierto de priors. El ganador de Condorcet es implementable en estrategias dominantes en el dominio de preferencias "single peaked", no son las reglas consistentes con la de Condorcet, en general.

Podemos proporcionar un ejemplo positivo además del caso de la información completa de la información. Si por lo menos un agente tiene creencias uniformes acerca los picos de otros jugadores entonces el ganador de Condorcet es monotóno. En este caso es posible "transferir utilidad" a partir de un estado otro pues un suficiente número de estados es equiprobable. Por Triossi (2004) ambos los resultados son no genéricos. La implementación es posible para dos de casos extremos: información completa y casi ignorancia total.

La estructura del capitulo es la siguiente. En la sección siguiente introducimos el marco de la implementación Bayesiana y de los ambientes "single peaked". Demostramos directamente que la Monotonía Bayesiana es suficiente para implementar el ganador de Condorcet en equilibrio Bayesiano. En la tercera sección probamos los resultados principales y sus extensiones. En la cuarta sección proporcionamos un resultado positivo para el caso de priors uniformes. La quinta sección introduce las conclusiones y posibles direcciones para la investigación futura en el asunto.

Bienes públicos puros

4.2 Definiciones principales

Sea $N = \{1, .., n\}$ el conjunto de los agentes. A denota el conjunto (finito) de las posibles alternativas : $A = \{a_1, ..., a_p\}$. Para $i \in N$, el conjunto S^i describe los posibles **tipos** del agente i. Solo consideramos espacios de tipos finitos, $\left|S^i\right| < \infty$. Sea $S = \prod_{i=1}^{n} S^i$ el **espacio de los estados**. Por cada $s \in S$, las preferencias de i sobre A son representadas de una función de utilidad $U^i(\cdot \mid s) : A \to \mathbf{R}$[1]. Para cada $i \in N$ sea $S^{-i} = \prod_{j \neq i} S^j$. Para cada $B \subset S$ sea $B^{-i} = \left\{s^{-i} \in S^{-i} : \exists s^i \in S^i, (s^{-i}, s^i) \in B\right\}$, la proiección de B sobre S^{-i}. Sea $B^i = \left\{s^i \in S^i : \exists s^{-i} \in S^{-i}, (s^{-i}, s^i) \in B\right\}$ la proiección de B onsobre S^i.

La **información** de i es representada por una colleción de distributiones de probabilidad condicionales sobre S^{-i}. Para cada $s^i \in S^i$, $q^i(\cdot \mid s^i)$ describe las **creencias** del agente i. Si $B \subset S^{-i}$ sea $q^i(B \mid s^i)$ be laprobabilidad que s^i assigna to B: $q^i(B \mid s^i) = \sum_{(s^{-i}, s^i) \in B} q^i(s^{-i} \mid s^i)$. Asumimos que las creencias de los agentes son consistentes. Esto significa que, para cada $i, j \in N$ y para cada $s \in S$, $q^i(s^{-i} \mid s^i) > 0$ si ysolo si $q^j(s^{-j} \mid s^j) > 0$. Denotamos son $T = \left\{s \in S : \exists i \in N, \exists s^i \in S^i, q^i(s^{-i} \mid s^i) > 0\right\}$ el conjunto de los estados que tienen probabilidad positiva.

Una **fución de elección social** (**SCF**) es una función $x : S \to A$. X denota el conjunto of all SCF. A **conjunto de eleccion social** (**SCS**) es un subconjunto de X.

Las preferencias sobre las fuciones de elección social son como sigue. Sean x, y dos SCF y sea $s^i \in S^i$. Entonces

$$xR^i(s^i)y \Leftrightarrow \sum_{s^{-i} \in S} q^i(s^{-i} \mid s^i) U^i(x(s) \mid s) \geq \sum_{s^{-i} \in S} q^i(s^{-i} \mid s^i) U^i(x(s) \mid s)$$

Dos SCF, $x, x' \in X$ son **equivalentes** si coinciden sobre T, o sea $x(t) = x'(t)$ para cada $t \in T$. Escribiremos $x \sim x'$. Dos SCS $F, F' \subset X$ son **equivalentes** y escribiremos $F \sim F'$, si, para cada $x \in F$, existe $x' \in F'$ tal que $x \sim x'$ y, para cada $x' \in F'$ existe $x \in F$ tal que $x \sim x'$.

An **entorno** es una familia $[N, S, A, \{q^i\}_{i \in I}, \{U^i(\cdot \mid s)\}_{\substack{i \in N \\ s \in S}}]$. La estructura del entornoes conocida por los agentes y por el planificador.

4.2.1 Implementación

Un **mecanismo** es un par (M, g) donde $M = \prod_{1}^{n} M^i$ es el **espacio de los mensajes** y g es una función, $g : M \to A$. Una e**strategia** del jugador i es una función $\sigma^i : S^i \to M^i$. Sea $\Sigma^i = (M^i)^{S^i}$ el **espacio de estrategias de** i **y** sea $\Sigma = \prod_{1}^{n} \Sigma^i$ el **espacio de estrategias.**

[1] A lo largo del papel asumiremos que la función de utilidad de un agente depende solamente de su propio tipo y escribiremos simplemente $U^i(\cdot \mid s^i)$.

Sea $\sigma = (\sigma^1, ..., \sigma^n)$ un vector de estrategyas y sea $s = (s^1, ..., s^N)$ un vector de tipes, entonces $\sigma(s)$ denota el vector de las acciones $\sigma(s) = (\sigma^1(s^1), ..., \sigma^n(s^n)).\sigma \in \Sigma$ es un **equilibrio Bayesiano** (**BNE**) por el juego que define (M, g) si, para cada jugador i, $g(\sigma)R^i(s^i)g(\sigma^{-i}, \tau^i)$ para cada s^i en S^i, $\tau^i \in \Sigma^i$.

Definición Sea F un conjunto de elección social y sea (M, g) un mecanismo. (M, g) **implementa** F **en equilibrio Bayesiano** si existe un conjunto de elección social $F^* \sim F$ tal que i) Para cada x en F^* existe un BNE σ de (M, g) tal que $g(\sigma) = x$ en T y ii) Para cada BNE σ de (M, g) exists x en F^* tal que $g(\sigma) = x$ en T.

Definición F es **implementable en equilibrio Bayesiano**, si existe un mecanismo que implementa F in equilibrio Bayesiano.

Ahora presentamos condiciones necesarias y suficientes porqué un conjunto de elección social sea implementable equilibrio Bayesiano.

Definición Una fución de elección social es **compatible por incentivos** si, para cada $i \in$, $x(s^i, \cdot)R^i(s^i)x(t^i, s^{-i})$, para cada $s^i, t^i \in T^i$. $x \in F$.

Definición Un conjunto de elección social F, es **compatible por incentivos** si x is compatible por incentivos Para cada $x \in F$.

La compatibilidad por incentivos asegura que el decir la verdad verdadero es un equilibrio Bayesiano del juego de revelación (S, x) para todos los $x \in F$. La compatibilidad por incentivos depende de las creencias de los jugadores y de la cardinalización de las preferencias. Condiciones más fuertes que garantizan la compatibilidad por incentivos independientementede las creencias y de la cardinalización para uso general. es la "strategy-proofness".

Definición Una fución de elección social x, es **strategy-proof** si, para cada $i \in N$ $U^i(x(s^i, s^{-i}) \mid s^i) \geq U^i(x(t^i, s^{-i}) \mid s^i)$ para cada $s^i, t \in S^i$ y para cada $s^{-i} \in S^{-i}$.

Si el dominio de la preferencias es el conjunto de preferencias sobre A, entonces cualquier SCF “strategy proof” debe ser dictatorial (Gibbard (1973), Satterthwaite (1975)). Para dominios restrictos de preferencias existen SCF no dictatoriales que son “strategy proof” .

Majumdar y Sen (2004) demuestran que cualquier regla de elección social compatible por incentivos ordinalmente es dictatorial, bajos supuestos de indepencia en los priors, y asumiendo una condición adicional.

Una función $\alpha^i : S^i \to S^i$ es una **decepción individual**. Un perfil $\alpha = (\alpha^1, ..., \alpha^n)$ será llamado **decepción** (**conjunta**). **1** denotará la función identidad. $\mathbf{A}^i$ denotará el conjunto de las decepciones del agente i. $\mathbf{A} = \prod_{i=1}^n \mathbf{A}^i$ denotará el conjunto de las decepciones conjuntas .

Sea $x : S \to A$ una SCF adentro y sea α una decepción conjunta. Denotaremos con x_α, la composición de x y α, $x \circ \alpha$. Si α^i es una decepción individual x_{α^i} denotará $x \circ (\mathbf{1}^{-i}, \alpha^i)$. Sea $B \subset X$ un conjunto elección socialy y sea αdecepción conjunta, $B_\alpha$denotará el conjunto de SCF, composición de miembros de B y α, formalmente $B_\alpha = \{x_\alpha; x \in B\}$.

Definición Sea F un conjunto de elección social y sea α decepción conjunta. F satisface la **α-Monotonía Bayesiana** si para cada $x \in F$ tal que $x_\alpha \notin F$ existe $i = i(\alpha) \in N$, $s^i \in T^i$ $y = y(\alpha) \in X$ tal que $y_\alpha P^i(s^i)x_\alpha$ y $xR^i(t^i)y_{\alpha^i(s^i)}$ para cada $t^i \in T^i$.

Definición F satisface la **Monotonía Bayesiana** si satisfece la α-Monotonía Bayesiana para cada deceptión conjunta, α.

La monotonía Bayesiana proporciona al planificador los instrumentos para eliminar equilibrio indeseado. Asuma que todos los jugadores utilzan una decepción α. Si $x_\alpha \notin F$ y F satisface la α-Monotonía Bayesiana entonces el planificador puede ofrecer al jugador i en el estado s^i una desviación provechosa ofreciéndole y porque $y_\alpha P(s^i)x_\alpha$. Al mismo tiempo tal oferta no elimina el equilibrio de revelación porqué $xR^i(t^i)y_{\alpha^i(s^i)}$ para cada $t^i \in T^i$.

Es un resultado bien conocido (Postlewaite y Schmeidler (1986), Palfrey y Srivastava (1989a) que la compatibilidad por incentivos y la Monotonía Bayesiana son necesarios para que un conjunto de elección social sea implementables en equilibrio Bayesiano. En los ambientes económicos (Jackson (1991)) la compatibilidad por incentivos y la monotonía Bayesiana son también suficientes[2]. Se necesita la Monotonía Bayesiana para eliminar equilibrios múltiples indeseados, bajo información incompleta de la misma forma en que la Monotonía segun Maskin es de la misma forma necesario eliminar los equilibrios de Nash múltiples bajo información completa.

4.2.2 Preferencias "single peaked" y el ganador de Condorcet

Una preferencias P, sobre A, son **single peaked** (de un sol pico),si para $k < s < t$: $a_k P a_s \Longrightarrow a_s P a_t$ y $a_t P a_s \Rightarrow a_t > a_k$. Una relación la preferencia es single peaked si no tiene ningún mínimo local interior. Sea $SP(A)$ el conjunto de preferencias “single peaked” sobre A. Sean $a, b \in A$ y sea $P = (P^1, ..., P^n)$ un perfil de preferencias sobre A. El **pico** de P es el alternativa $a^*(P) = \arg\max_A P$.

A lo largo del capitulo, si no especificado de otra manera, consideramos solos **ambientes single peaked**: ambientes tales que, tosos los agentes tienen preferencias single peaked sobre el conjunto de alternativas.

Sea $\mathbf{U}^S$ el conjunto que contiene la representación de las funciones de utilidad para uno de tales ambientes donde S es el espacio de los tipos. De ahora en adelante lo consideramos dotado con la topología euclidiana. Para cada $a \in A$, $P = (P^1, ..., P^n) \in SP(A)^n$ sean

[2] Un resultado más fuerte (Palfrey (1992)) puede ser obtenido si la utilidad de los agentes es tranferible y no hay decepciones que sean consistentes (que significa que cualquier decepción induce una distribución de probabilidad que es diferente de la original). En tal caso la compatibilidad incentiva solamente es suficiente para la implementación.

$P(a) = \{P \in SP(A) : a^*(P) = a\}$, $S^i(P^i) = \{s^i \in S^i : U^i(\cdot \mid s^i) \text{ represents } P^i\}$ y $S(P) = \{s \in S : U^i(\cdot \mid s^i) \text{ represents } P\}$,

$S^i(a)$ denotará $S^i(P(a))$. Para cada $s^i \in S^i$ sean $P^i_{s^i}$ las prefrencias representadas por $U^i(\cdot \mid s^i)$. P_s denotará el perfile depreferencias en el estado s.

$N(a,b,P)$ denota el numero de agentes que prefieren a a b bajo P: $N(a,b,P) = \left|\{i \in N : aP^ib\}\right|$.

Definición Sea $P = (P^1, ..., P^n)$ un perfile de preferencias sobre A. Una alternativa A es un **Winner en** P si, para cada $b \in A$, $N(a,b,P) > N(b,a,P)$ para todos los $a \neq b$.
Si vale la disegualidad debil para cada $b \neq a$, entonce que a será un **ganador debil de Condorcet**.

La observación siguiente resume algunas características bien conocidas del ganador de Condorcet (véase, por ejemplo Moulin (1980)).

Observación Sea $P = (P^1, ..., P^n) \in SP(A)$y se asuma que $a^*(P^1) \leq ... \leq a^*(P^n)$.
Si n es impar existe un único ganador fuerte de Condorcet y es el punto mediano de los picos de los agentes, $a^*(P_{\frac{n+1}{2}})$.
Si n es par entonces el conjunto de los ganadores débiles de Condorcet no es vacío y consiste en todas las alternativas entre $a^*(P_{\frac{n}{2}})$ y $a^*(P_{\frac{n}{2}+1})$.
La correspondencia del ganador de Condorcet está individualmente y colectivamente "strategy proof".

$CW(P^1, ..., P^n)$ denote la correspondencia del ganador de Condorcet evaluada en $(P^n, ..., P^n) \in SP(A)^n$. $CW(s)$ denotará $CW(P_s)$.

El ganador de Condorcet es concepto puramente ordinal. Los requisitos informativos para computar al ganador de Condorcet en dominios single peaked son muy bajos. Es suficientes conocer los picos en las preferencias de los agentes.

La Monotonía Bayesiana es suficiente para que sea implementable en equilibrio Bayesiano. Proporcionamos una prueba completa. El resultado no es implicado por las caracterizaciones conocidas (véase Jackson (1991)) pues el ambiente no es económico.

Proposición La correspondencia del ganador de Condorcet es implementable en equilibrio Bayesiano si y solo si satisface la Monotonía Bayesiana.

Prueba Ya hemos observado que la Monotonía Bayesiana es necesaria. Ahora probamos la suficiencia. Se defina el siguiente espacio de mensajes para i, $M^i = S^i \times A^{S^{-i}} \times \mathbf{A} \times \mathbf{N}^{S^{-i}}$. $A^{S^{-i}}$ denota el conjunto de funciones from S^{-i} to A y $\mathbf{N}^{S^{-i}}$ denota el conjunto de funciónes de S^{-1} a $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, 3, ...\}$. Sea $m^i = (m^i_1, m^i_2, m^i_3, m^i_4)$.un mensaje genérico por i, donde $m^i_1 \in S^i$, $m^i_2 \in A^{S^{-i}}$, $m^i_3 \in \mathbf{A}$, $m^i_4 \in \mathbf{N}^{S^{-i}}$. Por $h = 1, 2, 3, 4$

m_h denota el perfile de mensajes $(m_h^1, ..., m_h^n)$.
Sea $D_1 = \{m : m_3^i = \mathbf{1}$ para cada $i\} \cap \{m : m_2^i(m_1^{-i}) \in CW(m_1)$ para cada $i\}$
$D_2^j = \left(\{m : m_3^i = \mathbf{1} \text{ para cada } i \neq j\} \cap \{m : m_2^i(m_1^{-i}) \in CW(m_1) \text{ para cada } i \neq j\}\right) \backslash D_1$, $j = 1, ..n$
$D_2 = \bigcup_{j=1}^n D_2^j$
$D_3 = M \backslash (D_1 \cup D_2)$
Para cada $m \in M$, sea $j^*(m) = \min \arg\max_{i=1,..,n} \{m_4(m_1^{-i})\}$. Para cada $\alpha \in \mathbf{A}$ sean $j(\alpha)$, $y(\alpha)$ y s^j como en la definición 4.2.1. Se considere el simecanismo siguiente:
$g(m) = m_2^1(m^{-1})$ si $m \in D_1$ y
$g(m) = CW(m_1)$ si $m \in D_2^j$ $j \neq j(m_3^j)$
$g(m) = y(m_3^j)(m_1)$ si $m \in D_2^j$ $j = j(m_3^j)$
$g(m) = m_2^{j^*(m)}(m_1^{-i})$ si $m \in D_3$
Sea x be una selección del ganador de Condorcet. Por la Monotonía Bayesiana y la "strategy proofness" $\sigma^i(s^i) = (s^i, x(s^i, \cdot), \mathbf{1}, ..)$ es un equilibrio Bayesiano.
Sea σ^* un equilibrio Bayesiano.
Sea $S_i = \{s : \sigma^*(s) \in D_i\}$, $i = 1, 2, 3$.
Si $s \in S_2 \cup S_3$ entonces nomenos que $n-1$ players reciben su pico así $\sigma^*(s)$ es un ganador de Condorcet en s.
Por cada $\alpha \in \mathbf{A}$, $\sigma^*(\alpha(s)) = x(\alpha(s))$ para cada s por alguna selección del ganador de Condorcet, x. Por contradicción se asuma que $x(\alpha(s))$ no sea un ganador de Condorcet en s. Sea s^j como en la definición, $j = j(\alpha)$. Sea $\sigma_1^j(s^j) = \alpha(s^j)$, $\sigma_2^j(s^j)(s^{-i}) = y(\alpha)(\alpha^{-i}(s^{-i}))$, para cada $s^{-j} \in S^{-j}$, $\sigma_3^j(s^j) = \alpha$ y $\sigma_4^j(s^j)(s^{-j}) > (\sigma^*)_4^i(s^i)(s^{-i})$ para cada $i \neq j$, $s^{-,j} \in S^{-j}$. sea $\sigma^j(t^j) = (\sigma^*)^i(t^j)$ si $t^j \neq s^j$. Entonces $g(\sigma^j(s^j)), (\sigma^*)^{-i}(s^{-i}) = y(\alpha)(s^j, s^{-j})$ Para cada $s^{-j} \in S^{-j}$ y $g(\sigma^j, (\sigma^*)^{-j}) P^j(s^j) g(\sigma^*)$, una contadicción.

Sea $S^* = \{s \in S : \forall s'^i \in S^i, CW(s^i, s^{-i}) = CW(s'^i, s^{-i})\}$. S^* coincide con el conjunto de los estados en los cuales el ganador de Condorcet tiene un supermayoría, así que ningún agente es determinante.

Para comprobar la Monotonía Bayesiana del ganador de Condorcet es suficiente considerar decepciones tales que que $\alpha(s) \in S^*$ para cada s y tal que $CW(\alpha(s)) = a$ para cada s, por algun $a \in A$.

Lema Sea α una decepciión tal que el ganador de Condorcet no satisfece la Monotonía Bayesiana. Entonces para todos los $s \in T$ existe $a \in \not A$ tal que $CW(\alpha(s)) = a$ para cada s.

Prueba En todos los otros casos uno puede encontrar un $i \in N$ y algun $s^* = (s^{*-i}, s^{*i}) \in S$ tal que $CW(\alpha(s^*)) \neq CW(\alpha(s^{*-i}), s^{*i})$. Desde strategy-proofness del ganador de Condorcet sigue que $U^i(CW(\alpha(s^{*-i}), s^{*i}) \mid s^{*i}) > U^i(CW(\alpha(s^*) \mid s^{*i})$. Entonces definiendo $y(\alpha(s^*)) = CW(\alpha(s^{*-i}), s^{*i})$ y $y(s^{-i}, s^i) = CW(s^{-i}, s^i)$. tenemos $y_\alpha P^i(s^{*i}) CW_\alpha$ y $CW_{\alpha^i} R^i(s^i) y_{\alpha^i}$ para cada $s^i \in S^i$.

Como primera implicación, si no hay acontecimiento posible en S^* entonces el ganador de Condorcet es implementable en equilibrio Bayesiano.

Corolario If there exists i tal que Para cada $s^{*-i} \in S^{*-i}$, $q^i(s^{*-i} \mid s^i) = 0$ Para cada $s^i \in T^i$, the the Condorcet Winner is implementable in Bayesian equilibrium.

Es suficiente comprobar la propiedad por un solo agente porqué las creencias son consistentes. Con otra palabras el Corolario dice que si cada jugador es siempre pivotal entonces el ganador de Condorcet satisfece la Monotonía Bayesiana.

4.3 Imposibilidad

En esta sección demostramos que existe un conjunto no insignificante de creencias y de la representaciones de preferencias bajo las cuales el ganador de Condorcet no satisfece la Monotonía Bayesiana.

El ejemplo siguiente introduce la intuicción basica.

Ejemplo (El ganador de Condorcet no es monotóno). Sea $n = 3$, $A = \{a_1, a_2, a_3\}$. Sea $U^1 < U^2 < U^3$. Sea $S^1 = S^2 = S^3 = \left\{s^1, s^2, s^3\right\}$.Por $i = 1, 2, 3$ sea $U^i(\cdot \mid s^i) = U(\cdot \mid s^i)$, donde:
$U(a_1, s^1, s^{-1}) = U^3$, $U(a_2, s^1, s^{-1}) = U^2$, $U(a_3, s^1, s^{-1}) = U^1$
$U(a_1, s^2, s^{-2}) = U^1$, $U(a_2, s^2, s^{-2}) = U^3$, $U(a_3, s^2, s^{-2}) = U^2$
$U(a_1, s^3, s^{-3}) = U^3$, $U^i(a_2, s^3, s^{-3}) = U^2$, $U(a_3, s_3, s^{-3}) = U^3$.
Sea asuma que las creencias de los agentes deriven del mismo prior p con tipos indipendientes. Sea $p_i \geq 0$ por $i = 1, 2, 3$ con $p_1 + p_2 + p_3 = 1$ tal que $p(s^i, s^j, s^k) = p^i p^j p^k$ para cada $i, j, k = 1, 2, 3$. Sea $p^2 \geq p^*$, donde $p^* = \frac{U^3 - U^1}{2U^3 - U^1 - U^2} \in \left]\frac{1}{2}, 1\right[$.
Se considere la decepción individual $\alpha^i(s^i) = s_2$ por casda $s^i \in S^i$ por $i = 1, 2, 3$. Entonces $CW \circ \alpha(s) = a_2$ para cada s.
Si CW fuera monotóno existiría una SCF y, i y s^i tales que
(i) $E\left[U(y(\alpha(\cdot, s^i) \mid s^i\right] > E\left[U(CW(\alpha(\cdot, s^i)) \mid s^i))\right]$ y
(ii) $E\left[U(CW(\cdot, s^j) \mid s^j)\right] \geq E\left[U(y_{\alpha(s^i)}(\cdot, s^j) \mid s^j)\right]$, $j = 1, 2, 3$.
Como s^2 recibe su alternativa preferida con probilidad uno de $CW \circ \alpha$, tiene que ser $y(s_2, s_2, s_2) \in \{a_1, a_3\}$ y $s^i \in \left\{s^1, s^3\right\}$.
Sea $i \in \{1, 3\}$, sea $y \in X$ tal que $y(s_2, s_2, s_2) = a_i$. De $p^2 \geq p^*$ sigue que $E\left[U(CW(\cdot, s^i)) \mid s^i)\right] \leq p^2 p^2 U^2 + (1 - p^2 p^2) U^3 \leq p^2 p^2 U^3 + (1 - p^2 p^2) U^1 < E\left[U(y_{\alpha(s^i)}(\cdot, s^i) \mid s^i)\right]$, en contradicción con (ii).

En (s^2, s^2, s^2) ningun agente es determinante. Cada agente, independientemente en su tipo, cree que, con alta probabilidad, no es determinante. Cualquier desviación que el planificador pueda ofrecer a cualquier agente le haría desviarse de la estrategia de equilibrio.

Observe que el ejemplo es no genérico en (U^1, U^2, U^3) y la independencia no es necesaria para el resultado de imposibilidad.

Proposición (i) Para todos los $\{U^i(\cdot \mid s^i)\}_{\substack{i\in N\\ s^i\in S^i}}] \in \mathbf{U}^S$ existe $(q^{*1},...,q^{*n}) \in (]\frac{1}{2},1[)^n$ tal que si, por algun $s^* \in S^*$ $q^i(s^{*-i} \mid s^i) > q^{*i}$ para cada $s^i \in S^i$ entonces el ganador de Condorcet no satisfece la Monotonía Bayesiana.
(ii) Sea $s \in S^*$ y sea $q^i(s_{-i} \mid s'_i) > \frac{1}{2}$ para cada $s'_i \in S'^i$. Entonces existe un conjunto abierto $\mathbf{B} \subset \mathbf{U}^S$, tal que, para cada ambiente con prior q y representación de utilidad en $\mathbf{B}$, el ganador de Condorcet no satisfece la Monotonía Bayesiana..

Prueba Para simplificar la notación demostramos la proposición cunado se puede identificar T^i con $SP(A)$. Asumimosaque para todos los i, $P \in SP(A)$ existe exacamente un s^i tal que $P^i_{s^i} = P^i$. Escribimremos, con abuso de notación $T^i = SP(A)$. Para cada P^i y para cada $k = 1,...,p$, sea $U^*(P^i) = U^i(a_k \mid P^i)$..Sea $U^*(P^i) = (U_1^*(P^i),...,U_p^*(P^i))$ tal que $U_1^*(P^i) \leq ... < U_p^*(P^i)$.
Sea $P^* \in S^*$ y se consideren las decepciones individuales $\alpha^i(P^i) = P^{i*}$ para cada $P^i \in SP(A)$. Entonces $E\left[U^i(CW \circ \alpha \mid P^i)\right] = U^i(CW(P^*) \mid P^i)$ para cada P^i. Entonces $CW(P^{*-i},P^i) = CW(P^*)$ para todos los P^i. Si $E\left[u(CW \circ \alpha \mid P^i)\right] < E\left[u(y \circ \alpha \mid P^i)\right] = U^i(y(P^*) \mid P^i)$ entoncces $y(P^*) \neq CW(P^{*-i},P^i)$, en particular $y \neq CW$. Adem´ças la disegualidad vale para todos losP'^i que tienen pico en $y(P^*)$.
$E\left[U^i(y_{\alpha(P^i)}) \mid P^i)\right] \geq q^i(P^{*-i} \mid P^i)U_p^*(P^i) + (1 - q^i(P^{*-i} \mid P^i))U_1^i(P^i)$
y $E\left[U^i(CW) \mid P^i)\right] \leq q^i(P^{*-i} \mid P^i)U_{p-1}^*(P^i) + (1 - q^i(P^{*-i} \mid P^i))U_p^*(P^i)$.
La prima afirmación vale por $q^{*i} = \max_{P^i\in SP(A)} \frac{U_p^{*i}(P^i)-U_1^{*i}(P^i)}{2U_p^{*i}(P^i)-U_1^{*i}(P^i)-U_{p-1}^{*i}(P^i)} \in]\frac{1}{2},1[$.
La segunda sigue de la observación que $(U_1,....,U_p) \mapsto \frac{U_p-U_{p-1}}{2U_p-U_1-U_{p-1}}$ es continua en $\{(U_1,....,U_p) \in \mathbf{R}^p : U_1 \leq ... < U_p\}$.
El resultado se extende de manera inmediata al caso en el que cada perfile "single peaked" tenga má de un representante con probabilidad positiva.

Sea $[N,S,A,(U^i(\cdot \mid s))_{i\in N,\ s\in S}]$ cualquier ambiente (en generl non "single peaked"), donde ningun agente es indiferente entre dos alternativasi. Si x es una fución de elección social sea $S^*(x) = \left\{s \in S : \forall s'^i \in S^i, x(s^i,s^{-i}) = x(s'^i,s^{-i})\right\}$. $S^*(x)$ es the conjunto de los estados del mundo donde ningun agente es determinante. Si $S^*(x) \neq \varnothing$ se prueba como en la Proposición 4.3:

Observación (i) Exist $(q^{*1},...,q^{*n}) \in (]\frac{1}{2},1[)^n$ tal que si, por algun $s^* \in S^*$ $q^i(s^{*-i} \mid s^i) > q^i_*$ para cada $s^i \in S^i$ entonces x no satisfece la Monotonía Bayesiana.
(ii) Sea $s \in S^*(x)$ y se assuma $q^i(s_{-i} \mid s'_i) > \frac{1}{2}$ para cada $s'_i \in S'^i$. Entonces esiste un subconjunto abierto de $\mathbf{U}^S$, $\mathbf{B}$ tal que en cada ambiente que tiene q como prior y representación de utilidad en $\mathbf{B}$, x no satisfece la Monotonía Bayesiana.
Así ninguna función de elección social consistente con la de Condorcet no satisfece la Monotonía Bayesiana por un conjunto abierto de creencias.

4.4 Creencias Uniformes

En esta sección, demostramos que si por lo menos un agente tiene información suficientemente simétrica sobre los picos entonces el ganador de Condorcet satisfece la Monotonía Bayesiana, en prticular es implementable. El resultado se extiende a cualquier "strategy proof" SCF que dependa solamente de los picos. that si at least one agent has sufficiently symmetric information on peaks then the Condorcet Winner is Bayesian monotonic, in particular it is implementable (tops-only)[3].

Definition 4

Definición *Sea $i \in N$. Los priors de i son **uniformes en los picos** si, para cada $s^i \in S^i$ $q^i(\prod_{j=1}^{n-1} P(a_j) \times SP(A) \mid s^i) = q^i(\prod_{j=1}^{n-1} P(b_j) \times SP(A) \mid s^i)$ para cada $a_1, ..a_{n-1}, b_1, ...b_{n-1} \in A$.*

Proposición Si la información es completa o si existe un agente con priors uniformes en los picos entonces el ganador de Condorcet es implementable en equilibrio Bayesiano de Nash. En particular el ganador de Condorcet es implementable en el equilibrio Bayesiano para un conjunto abierto de creencias

Prueba Con informazción completa Monotonía Bayesiana y Monotonía segun Maskin son equivalentes. Entonces el resultado sigue de la Proposición4.2.2 Monotonic. En el caso de priors uniformes, por el lema 4.2.2 es suficiente considerar decepciones α tales que, por algun $s^* \in S^*$ con $CW(\alpha(s)) = a_k$ por algun k, para cada s. Para cada $j \neq i$, sea $a_j = a^*(s^*)$ y sea $b_j = a_{k+1}$. . Sea $y(s^{-i}, s^i) = CW(P^{*-i}, P^i(s^i)) = a_k$ si $s^{-i} \in \prod_{j=1}^{n-1} P(a_j)$, sea $y(s^{-i}, s^i) = x(P^{*-i}, P^i(s^i)) = a_{k+1}$ si $s^{-i} \in \prod_{j=1}^{n-1} P(b_j)$. Sino sea $y(s) = x(s)$.
Entonces $E\left[U^i(y(\cdot, t^i) \mid s^i\right] = E\left[U^i(CW(\cdot, t^i) \mid s^i\right]$, para cada $s^i, t^i \in S^i$, porqué los priors de i son uniformes en los picos. Entonces $E\left[U^i(y(\cdot, \alpha^i(s^i) \mid s^i\right] = E\left[U^i(CW(\cdot, \alpha^i(s^i)^i) \mid s^i\right]$ para cada $s^i \in S^i$. Sea s^i having peak in a_{k+1}: $E\left[U^i(y_\alpha(\cdot, s^i) \mid s^i\right] > U^i(a_k, s^i) = E\left[U^i(CW_\alpha(\cdot, s^i) \mid s^i\right]$.
El ultimo resultado sigue de Triossi (2004).

4.5 Conclusiones

En el capitulo presentamos un primer paso en la investigación de la implementación de funciones de elección bajo información incompleta en el ambiente

[3] Por la relación entre strategy proofness y tops-only property se vea Wymark (2004) o Massó y Neme (2002)

puro del interés público. Dedicamos la mayor parte de nuestra atención al ganador de Condorcet. Subrayamos la tensión entre la strategy-proofness y la Monotonía Bayesiana. Demostramos que el problema de la multiplicidad puede ser duro de abordar. Ofrecemos también resultados positivos.

El mecanismo que implementa el ganador de Condorcet en estrategias dominantes requiere a los jugadores solo indicar su alternativa preferida. El mecanismo implementa el ganador de Condorceten el equilibrio de Nash es mucho más complicado y requiere al planificador una información detallada sobre el ambiente informativo para ponerlo en ejecución aun cuando que sea posible. Sería interesante comparar el funcionamiento de los diversos mecanismos bajo participación costosa, cuando la votación ya no es una estrategia dominante y considerar si sobreviven los resultados positivos presentados aquí. Bajo la luz de los resultados clásicos y recientes en la votación costosa y paricipación electoral (véase por ejemplo a Ledyard (1984) Palfrey y Rosenthal (1983), (1985), los Börgers de B (2004) y Goeree y Großer (2004)) podemos conjeturar que también para nuestro mecanismo no sobrevivirían algunos equilibrios en estrategias puras y los equilibrios de en estrategias mixtás tendrían una parte importante.

La investigación futura debería también clarificar si es posible construir un mecanismo que implementa que esté localmente independiente de la distribución subyacente de probabilidad, que es decir que hace el trabajo para un cierto conjunto abierto de distribuciones de probabilidad. (véase también Duggan y Roberts (2001) y Bergemann y Morris (2005) para posibles enfoque y discusiones).

4.6 Referencias

Arya, A., Glover, J. y Rajan U. (2000) Implementation in Principal-Agents Model of Adverse Selection, *Journal of Economic Theory*, **93**, 87-109

Bergemann, D. y S. Morris (2005) Robust Mechanism Design, *Econometrica*, **73**, 1771-1813

Börgers T. (2004) Costly Voting, *American Economic Review*, **94**, 57-66

Duggan J. y J. Roberts (2001) Robust Implementation, *Mimeo*

Gibbard, A. (1973) Manipulation of Voting Schemes: A General Result, *Econometrica*, **58**, 1279-1319

Goeree y Großer (2006) False Consensus Voting and Welfare Reducing Polls, *Economic Theory,*forthcoming

Jackson, M. (1991) Bayesian Implementation, *Econometrica*, **59**, 461-477

Laffont J-J y E. Maskin, (1982). The Theory of Incentives: An Overview, in W. Hildebrand (ed.) *Advances in Economic Theory: Invited Papers for the Fourth World Congress of the Econometric Society at Aix en Provence, September 1980*, 31-94. Cambridge: Cambridge University Press

Ledyard J, (1984). The Pure Theory of Large Two-candidate Elections, *Public Choice*, **44**, 7-4

Majumdar, D. y A. Sen, (2004) Ordinally Bayesian Incentive Compatibility, *Econometrica*, **72**, 523-40

Massó J. y A. Neme, (2002). A Maximal Domain of Preferences for Tops-only Rules in the Division Problem, *UFAE and IAE Working Papers,* 535.02

Moulin, H. (1980) On Strategy-Proofness and Single Peakedness, *Public Choice*, **35**, 437-55

Palfrey, T. (1992) Implementation in Bayesian Equilibrium: The Multiple Equilibrium Problem in Mechanism Design, in J-J Laffont (Ed.) *Advances in Economic Theory*, 283-323. Cambridge: Cambridge University Press

Palfrey T. y H. Rosenthal (1983) A Strategic Calculus of Voting, *Public Choice*, **35**, 7-53

Palfrey T. y H. Rosenthal (1985) Voter Participation and Strategic Uncertainty, *American Political Science Review,* **79**, 62-78

Palfrey, T. y S. Srivastava (1987) On Bayesian Implementable Allocations, *Review of Economic Studies,* **54**, 193-208

Palfrey, T. y S. Srivastava (1989a) Implementation with Incomplete Information in exchange Economies, *Econometrica*, **57**, 115-134

Palfrey, T. y S. Srivastava (1989b) Mechanism Design with Incomplete Information:A Solution to the implementaion Problem, *Journal of Political Economy* **97**, 668-691

Palfrey, T. and S. Srivastava (1987) Bayesian Implementation, Harwood Academic Publishers

Postlewaite A. y D. Schmeidler (1986) Implementation in Differential Information Economy, *Journal of Economic Theory*, **39**, 14-33

Satterthwaite, M. (1975) Strategy-Proofness and Arrow Conditions: Existence and Correspondence Theorems for Voting Procedures and Social Welfare Functions, *Journal of Economic Theory*, **10**, 187-217

Triossi M. (2004) Bayesian Monotonicity is an Open Condition, *Mimeo*

Weymark J. (2004) Strategy-Proofness and the Tops-Only Property, *Working Papers* 0409, Department of Economics, Vanderbilt University

Chapter 5

Coordinación en Mecanismos Secuenciales de Admisión

En este capitulo se analiza una clase de los mecanismos secuenciales realistas de la admisión (o el emplear). Constituyen una extensión del modelo presentado por Alcalde y Romero-Medina (2000), pero aquí cada candidato puede someter más de una aplicación. Se demuestra que las aplicaciones múltiples imponen problemas serios de la coordinación a las universidades. En equilibrio pueden presentarse asignaciones inestables. Probamos que la introducción de pequeños costes de aplicación puede restaurar la estabilidad bajo información completa.

5.1 Introducción

La literatura ha estudiado problemas incentivos en mercados bilaterales especialmente en mecanismos de revelación. Dubin y Freedmans (1981) y Roth (1982) han demostrado que los agentes pueden tener incentivos en falsificar sus preferencias verdaderas cuando se utiliza el algoritmo diferido de la aceptación. Alcalde y Barberá (1994) presentan una clase de perfiles de la preferencia que son inmunes de la manipulación. Sönmez (1997) dedica su atención a la manipulación de capacidades en del lado de las universidades y Sönmez (1999) analiza la posibilidad de colusión entre las universidades y los estudiantes. Alcalde (1996), Ma (1995) y Shin y Shou (1996) han caracterizado los equilibrios de los juegos producidos por mecanismos de revelación en mercados bilaterales. Tales mecanismos implementan la correspondencia individualmente racional en equilibrio de Nash (Alcalde (1996)), el core en equilibrio fuerte (Shin y Shou (1996)) y en equilibrio rematching-proof (Ma (1995)).

La literatura en mecanismos que sean de revelación es menos extensa como observa Sotomayor (2003). Kara y Sönmez (1997) demuestran que la correspondencia estable es implementable en equilibrio de Nash. Sin embargo su resultado se basa en resultados de Danilov (1991), que utilizan juegos con números enteros así que no proporcionan ningún mecanismo simple que se pueda utilizar en la situaciones concretas. También demuestran que no hay sub-selección del conjunto estable que sea implementable en equilibrio de Nash.

Alcalde (1996) se acercó al diseño de "mecanismos naturales" capaces de implementar el conjunto estable para el caso particular de mercados bilaterales con cuotas unitaria. Él proporciona mecanismos simples para implementar el conjunto estable y sus puntos extremos. Romero-Medina (1998) estudia el mecanismo empleado por el sistema universitario español para asignar a nuevos estudiantes a las universidades. Él demuestra que este mecanismo puede seleccionar asignaciones inestables si los agentes se comportan sinceramente, mientras que del comportamiento estratégico resultan asignaciones estables. El autor presenta un modelo en el cual a las universidades no se permitan comportarse estratégicamente así que su resultado no se puede ampliar a un marco más general. Alcalde y Romero-Medina (2000) y (2005) amplían su análisis a a problema con cuotas múltiples. Particularmente Alcalde y Romero-Medina (2000) presentan dos mecanismos que ponen la correspondencia en ejecución estable en el equilibrio perfecto en subjuegos (SPE de ahora en adelante), uno en el cual los estudiantes se proponen a las universidades, el otro en que son universidades a proponerse. En el primer, que llaman Los-Estudiante-Proponen-y-las Universidad-Eligen cada estudiante se propone a no más de una universidad, después cada universidad selecciona los aspirantes que aceptar. En el segundo, que llaman Las-Universidad-Proponen-y-Los-Estudiantes-Eligen cada universidad se propone a un grupo de estudiantes que deciden que oferta aceptar. Ambos mecanismos implementan el conjunto estable en SPE. Una extensión a los modelos con remuneraciones monetarias es presentada por Alcalde, Perez-Castrillo y Romero-Medina (1998). Alcalde y Romero Medina (2005) modifican el primer juego considerando aplicaciones secuenciales. En tal caso el resultado es el matching estable óptimo para los estudiantes. El mismo resultado es obtenido por Haeringer y Wooders (2004) para un modelo en el cual las universidades hacen ofertas secuencialmente.

Hay muchos mecanismos que se emplean en el mundo real que trabajan de una manera que sea similar al Los-Estudiante-Proponen-y-las Universidad-Eligen, pero los mercados centralizados y descentralizados (o informales) imponen raramente restricciones al número de aplicaciones, y cuando lo hacen, las limitaciones no son necesariamente unitarias. Por esta razón en este capitulo se introduce una clase de extensiones que permiten aplicaciones múltiples. En un lado del mercad, los estudiantes se proponen ad unas universidades. Las universidades observan las aplicaciones de los estudiantes y cada una decide a quién aceptar entre sus propios aspirantes. Finalmente cada estudiante selecciona su oferta preferida. Los mecanismos se diferencian críticamente en el número de ofertas que se permite enviar a cada estudiante. Analizamos también la posibilidad de imposición de costes de aplicación de los estudiantes (costes reales o implícitos).

Los mecanismos sin restricción de aplicaciones son similares a muchos mecanismos que se emplean en el mundo real. Un ejemplo llamativo es el mecanismo de reclutamiento para jóvenes doctore o el mercado de trabajo descentralizado que opera condujo con avisos en los periódicos (o en Internet). Cada trabajador envía aplicaciones a un grupo de patrones. Entonces cada patrón selecciona a los aspirantes que está dispuesto a emplear. Finalmente cada trabajador que ha recibido por lo menos una oferta puede seleccionar cualquiera entre estas. El trabajo de algunas oficinas de empleo y de las admisiones a escuelas de Doctorado se podría describir semejantemente. En mercado de trabajo italiano para los investigadores (en universidades públicas) se permite hasta cinco aplicaciones/año para cada candidato y, en algunos casos, hasta quince.

Un aspecto que no se puede analizar con el simple Los-Estudiante-Proponen-y-las Universidad-Eligen de Alcalde y Romero-Medina (2000) es la" duplicidad " de papel de las universidades. En el caso de una sola aplicación las universidades tienen un papel principalmente pasivo: el de aceptar o rechazar las ofertas que reciben. Cuando las aplicaciones son múltiples entonces se cada universidad selecciona a grupo de aspirantes, e al mismo tiempo y se propone a estos. Tales mecanismos comparten aspectos del mecanismo Los-Estudiante-Proponen-y-Las-Universidades-Eligen y del Las-Universidades-Proponen-y-los-Estudiantes-Eligen. Esto genera un problema relevante en la coordinación entre universidades. Cuando los estudiantes pueden aplicar a una sola universidad los conjuntos de aspirantes de las universidad dos nunca se intersecan entre ellos. Entonces cada universidad tiene como estrategia dominante para aceptar al grupo preferido de aspirantes. Ya no se da el caso, cuando se permite a los estudiantes aplicar a más de una universidad. No sólo el número, sino también la complejidad de los subjuegos definidos en la segunda etapa se multiplica. Ya no hay una estrategia dominante. Cuando cada universidad computa su mejor respuesta debe tener en cuenta no sólo el conjunto de aspirantes sino también la política de aceptación de los otros centros. No puede aceptar a demasiados estudiantes para no incurrir en matchings irracionales. No puede aceptar demasiados pocos aspirantes: un estudiante seleccionado por más universidades elegirá solamente uno en cada SPE. Y no se puede computar directamente un punto fijo de la correspondencia de la respuesta optima. Además la multiplicidad de los subjuegos lleva a considerar una gran cantidad de desviaciónes de la estrategia del equilibrio. El mismo problema aparece en el mecanismo analizado por Romero-Medina y Triossi (2006). Obviamente cuando se impone la restricción a una aplicación por estudiante el resultado de estabilidad de Alcalde y de Romero-Medina (2000) se recupera (Proposición 5.3). El conjunto de asignaciones de equilibrio contiene siempre el comjunto estable, sin importar la restricción en aplicaciones. Además probamos un resultado de equivalencia de gran alcance (Proposición): el conjunto de asignaciones de equilibrio de esta clase de juegos es igual que al conjunto de asignaciones de equilibrio de un juego simultáneo en el cual los estudiantes envíen aplicaciones y se emparejan a las universidades según el matching estable que es óptimo del para los estudiantes (con respecto a sus preferencias verdaderas. Con tal resultado y un simple ejemplo demostramos que si no se impone ningunos coste de aplicación los problemas de coordinación entre universidades es muy serio también en equilibrio. Y una desviación leve del caso de una sola aplicación puede inducir asignaciones inestables en equilibrio. Por lo menos una universidad quisiera (a posteriori) deshacer la asignación para emplear a un diverso estudiante. Y tal estudiante estaría dispuesto a mudarse a tal universidad si a le permitiera. Demostramos que tal imperfección desaparece cuando se imponen ante los aspirantes los honorarios pequeños costes de aplicación (Teorema 5.3.1). En este caso el mecanismo implementa el conjunto estable en SPE. El problema de coordinación no es solucionado por los costes en sí mismos (se impone solamente a los estudiantes), simplemente se evita: los costes hacen que en equilibrio cada estudiante aplique a no más de una universidad. También observamos que desviandos de la asunción de costes pequeños mina el resultado de eficiencia reduciendo la dimensión del mercado. Demostramos con un ejemplo (Ejemplo 5.3.1), que el problema de coordinación se presenta también cuando la información es incompleta, a pesar de los costes. Este hecho explicaría porqué muchos mercados procuran introducir etapas adicionales con nuevas aplicaciones y ofertas. Los ejemplos son el mecanismo del asignación usado en los primeros tres años del programa Ramón y Cajal (Romero-Medina y Triossi (2006)) y la introducción reciente “Job Scramble” en el mercado de trabajo para economistas organizado por la American Economics Association.

Un modelo relacionado al nuestro es presentado por Ordoñez de Haro y Romero-Medina (2005). Los autores estudian la evolución de un mecanismo secuencial con costes del aplicación y preferencias monetarias bajo información incompleta. Cada trabajador envía un aplicación costosa a un conjunto de empresas. Cada empresa, observa (solamente) sus propios aspirantes y propone un sueldo a cada uno de ellos. Finalmente cada trabajador elige su oferta preferida. La forma extensa del juego diferencia de el que está presentado aquí. El conjunto estable se implementa en equilibrio Bayesiano perfecto, bajo asunciones particulares sobre las creencias de los jugadores. Bajo información completa cualquier emparejar individualmente racional se puede obtener como resultado de SPE. La razón de tal discrepancia entre la información completa y el caso incompleto de la información es que el equilibrio Bayesian perfecto no es un refinamiento de SPE.

Se relaciona con este trabajo el papel por Sotomayor (2003) que extiende el modelo por Alcalde y Romero-Medina (2000) en una diversa dirección. Ella considera el caso de cuotas unitarias. Su mecanismo asemeja al Los-Estudiantes-Proponen-y-Las-Universidad-Eligen. Se selecciona un orden para las universidades. En la primera etapa los estudiantes juegan simultáneamente: cada uno de ellos selecciona a un grupo de universidades "potenciales". Entonces, las universidades juegan secuencialmente según la orden seleccionada: cada universidad elige exactamente a un estudiante entre los que la seleccionaron y no se han elegido previamente. Ella demuestra que tal mecanismo implementa el conjunto estable en SPE. De todas formas en el caso uno-a-uno por el mecanismo Los-Estudiantes-Proponen-y-Las-Universidad-Eligen y el mecanismo del Las-Universidades-Proponen-y-los-Estudiantes-Eliein son equivalentes. Además el modelo no presenta una extensión directa al caso de cuotas múltiples del mecanismo Los-Estudiantes-Proponen-y-Las-Universidad-Eligen Mientras que, se podría presentar como combinación del mecanismo Las-Universidades-Proponen-y-los-Estudiantes-Eligen y de la dictadura serial.

El resto del capiyulo se presenta como sigue. La sección 2 introduce el modelo básico y la clase de mecanismos de las admisiones que son objeto de nuestra investigación. En la secció 3 y 4 se prueban los resultados. Las conclusiones se dibujan en la sección 4.

5.2 El modelo

Se Considere un mercado bilateral (C, S, P). $C = \{c_1, ..., c_k\}$, $k \geq 2$ es el conjunto de universidades y $S = \{s_1, ..., s_q\}$es el conjunto de estudiantes y $C \cap S = \varnothing$.. $P = (P_{c_1}, ..., P_{c_k}, P_{s_1}, ...P_{s_q})$ es el vector de las preferencias de los agentes. Para cada $c \in C$, P_c representa las preferencias de c que se asumen ser ordenes totales y estrictos. sobre 2^S. Sea $S' \subset S$ un conjunto de estudiantes, $Ch_c(S', P_c) = \arg\max_{P_c} \{S'' : S'' \subset S'\}$ es el grupo preferido de los estudiantes para la universidad c entre los que pertenecen a S'. Dado $S' \subset S$, $\emptyset P_c S'$ (o $Ch_c(S', P_c) = \varnothing$), significa que la universidad prefiere no emplear ningún estudiante bien antes que emplear (juntos) los estudiantes de S . El conjunto de 'estudiantes aceptables a s será denotado $A(c, P_c)$. Cuando no hay ambigüedad posible utilizaremos simplemente $Ch_c(A)$ y $A(c)$,, respectivamente. Para cada s se defina la **cuota** (o capacidad) de s como $q_c = \max \{\sharp S' : Ch_c(S, P_c) \neq \varnothing\}$, el número máximo de estudiantes conjuntamente aceptables a c.

Para cada s, P_s denota las preferencias de s , que se asumen ser una orden total y estricto sobre $C \cup \{s\}$. Cualquier universidad tal que sP_sc será dicho ser **inaceptable** a s. Significa que que prefiere no ir a ninguna universidad antes que ir a c. Sino reputa **aceptable** a c. El conjunto de universidades aceptables a s será denotado $A(s, P_s)$ o $A(s)$ cuando no haya ambigüedad posible. A veces para cada s utilizaremos u_s para denotar una representación $u_s : C \cup \{s\} \to \mathbf{R}$

de P_s.

Para cada uno , denotará 'la relación débil de la preferencia de s.

be a set of students, $Ch_c(S', P_c) = \arg\max_{P_c} \{S'' : S'' \subset S'\}_c$ is the favorite group of students for college c among the ones belonging to S'. Given $S' \subset S$, $\emptyset P_c S'$ (or $Ch_c(S', P_c) = \varnothing$) means that college c prefers to employ no student rather than employing some students from S'. The set of c's acceptable students under P_c will be denoted by $A(c, P_c)$. When no ambiguity is possible we will use simply $Ch_c(A)$ and $A(c)$, respectively. For each c define c's **quota** as $q_c = \max\{\sharp S' : Ch_c(S, P_c) \neq \varnothing\}$, the maximum number of jointly acceptable students.

For each $s \in S$, P_s denotes student s's preferences, that are assumed to be a strict total order on . Any college c such that will be said to be **unacceptable to** s. It means that s prefers to join no college rather than join c. Otherwise c is said to be **acceptable to** s. The set of s's acceptable colleges under P_s will be denoted by when no ambiguity is possible. Sometimes for each $s \in S$ we will use $_s$.

Para cada uno , $x \in C \cup S$, R_x denotará 'la relación débil de preferencia de x.

Definición Un **matching** sobre (C, S) es una funció $\mu : C \cup S \to 2^S \cup C$, tal que, por cada $(c, s) \in C \times S$

(i) $\mu(c) \in 2^S$

(ii) $\mu(s) \in C \cup \{s\}$

(iii) $\mu(s) = c \Leftrightarrow s \in \mu(c)$.

El conjunto de los matching sobre (C, S) será denotado por $\mathcal{M}$.

Sea μ un matching

Definición μ es **individualmente racional para** $s \in S$ si $\mu(s) P_s s$.

μ **individualmente racional para** $c \in C$ si $\mu(c) R_c \varnothing$

Definición μ is es bloqueada por un par $(c, s) \in C \times S$ si:

(i) $c P_s \mu(s)$

(ii) $s \in Ch_c(\mu(c) \cup \{s\}\}$

Definición μ is **estable en** (C, S, P) individualmente racional para los agrntes en $C \cup S$ and hay ningun par que lo bloquee. Sino μ es **inestable**

Entonces el matching individualmente racional es inestable si no hay una firma y un trabajador que no están emparejados pero estarián mejores si lo estuvieran.

Definición Dado un mercado bilateral (C, S, P), su **conjunto estable**, denotado $\Gamma(C, S, P)$ es el conjunto que contiene los matchings que son estables en mercado .

En general el conjunto estable puede ser vacío. Las asunciones siguientes sono suficientes para que $\Gamma(C, S, P)$ no sea vacío.

Definición Sea $c \in C$. $P_c$son **sustituibles** si, para cada $A \in 2^S$ y para todos $s, s' \in S$:

$$s \in Ch_c(A) \Rightarrow s \in Ch_c(A \setminus \{s'\})$$

Las preferencias de c son sustituibles si siempre que seleccionen a un estudiante de un cierto grupo A entonces la elegirían de cualquier subconjunto de A. Los matchings estables pueden ser generan por una versión del algoritmo de aceptación diferida (Gale y Shapley (1962))

Definición Sea $c \in C$. P_c son q **- separables** si para todo $S' \subset S$

$$\sharp S' < q,\ s \in A(c) \Rightarrow (S' \cup \{s\})\, P_c S'$$

Las preferencias de son - separable si prefiere siempre agregar estudiantes aceptables hasta llenar su capacidad que su contingente cualquier estudiante aceptable más bien que deja la posición sin llenar.

A lo largo del papel asumimos que las universidades tienen preferencias sustituibles y -separables. Cuando las preferencias son sustituibles y separable (pero no cuando son solamente sustituibles) se valen la propriedades siguientes

(a) el conjunto de agentes no emparejados es igual en todos los matchings estables (Martinez, Massó, Neme y Oviedo (2000)).

(b) el conjunto de matchings estables tiene la estructura de un reticulo distributivo completo con la orden siguiente inducida por las preferencias de los estudiantes: dados dos matchings μ y μ', $\mu \succ_R \mu'$ si y solo si $\mu(r) R_r \mu'(r)$ por toos los $r \in R$ y $\mu(r) P_r \mu'(r)$ for algunos $r \in R$. Bajo el "orden dual", generado por las preferencias de los departamentos la estructura reticular se conserva (Martinez, Massó , Neme y Oviedo (2001))

(c) El matching estable óptimo de los investigadores es strategy-poof para los estudiantes (Martinez, Massó, Neme y Oviedo (2004))

Tales resultados son extensiones de los análogos resultados obtenidos bajo responsividad (véase a Roth y a Sotomayor (1990) para una discusión completa).

Ahora introducimos el concepto de implementación en equilibrio perfecto en subjuegos en el marco de mercados bilaterales. Sean C y S dos conjuntos disjuntos no vacíos de universidades y de estudiantes, respectivamente.

Definición Sea Φ sea una clase de mercados bilaterales, sea F una correspondencia en el conjunto de matchings sobre (C, S). Sea (D, R, Γ) un juego en formaextensiva. (D, R, Γ) implementa en equilibrio perfecto en subjuegos (SPE) si

(1) para cada $(D, R, P) \in \Phi$ y para cada $\mu \in F(D, R, P)$ existe un SPE del juego que da μ mientras como resultado

(2) cada asignación que resulte de un SPE de (D, R, Γ, P) pertenece a $F(D, R, P)$.

A lo largo del capitulo consideramos solamente equilibrios en estrategias puras.

5.2.1 El Mecanismo de admisión

Por $i = 1, .., q$ sea $1 \leq n_i \leq k$ numero natural. n_i representa el numero de universidades a las que s_i puede aplicar. Utilizaremos a vecesn_s en lugar n_i, donde $s = s_i$. El papel de Alcalde y Romero-Medina (2000) presenta el caso en para el cual $n_i = 1$. Sea $\delta \geq 0$ el coste que cada estudiante paga aplicar a una empresa. Asumimos que cada trabajador estaría dispuesto a aplicarse a cada firma aceptable. Formalmente $u_s(c) > u_s(s) \Longrightarrow u_s(s) - \delta > u_s(s)$[1].

El **mecanismo secuencial de la admisión** (SAM) con restricción $n = (n_1, ..., n_q)$ es descrito por el procedimiento siguiente.

Etapa 1 Cada candidato, , s_i envía aplicaciones a no más de n_i universidades. Sea $C_1(s_i)$, $\sharp C_1(s_i) \leq n_i$el conjunto de universidades que reciben una aplicaciones de s. Sea $S_1(c) = \bigcup_{c \in C_1(s)} \{s\}$ el conjunto de los estudiantes que aplicaron a la universidad c.

Etapa 2 Cada universidad decide a aceptar un subconjunto de estudiantes , $S_2(c) \subset S_1(c)$. Para cada estudiante, s sea $C_2(s) = \bigcup_{s \in S_2(c)} \{s\}$ el conjunto de las universidades que aceptaron a s.

Etapa 3 Cada s.decide a qué universidad de $C_2(s)$ inscribirse.

Sea μ el matching que resulta de esta procedura. El pago de cada estudiante, s es $U_s(\mu(s)) - \delta \sharp C_1(s)$.

Ahora introducimos alguna notación que se utilizará en el resto del capitulo.

Sea Z_2 el conjunto de subjuegos que empiezan en la segunda etapa. Cada uno es caracterizado totalmente por la familia de conjuntos de los estudiantes que aplicaron a cada universidad.$\{S_1(c, z_2)\}_{c \in C}$

Denotamos con $P(z_2)$cada uno de los perfiles siguientes de preferencias:

para cada $c \in C$: $P_c(z_2) = P_c$:

para cada $s \in S$:

$$\begin{aligned} \text{si } c &\notin C_1(s, z_2) \text{ o si } sP_sc \text{ entonces } sP_s(z_2)c \\ \text{si } c, c' &\in C_1(s, z_2) \text{ entonces } cP_s(z_2)c' \text{ si y solo si } cP_sc' \end{aligned}$$

$P(z_2)$ se diferencia de P solo en el aspecto siguiente: para cada estudiante son no aceptables todas las universidades a las que el no aplicó en a la historia que lleva a z_2 . Sea $S_2(c, z_2) \subset S_1(c, z_2)$ una estrategia genérica para la universidad c en z_2. Z_3denota el conjunto de subjuegos que comienzan en la tercera etapa. z_3 denotará un elemento genérico de Z_3. Sea $\mu(s, z_3)$ estrategia de s en z_3. Se considere el juego asociado en el cual el conjunto de los jugadores es S , en el cual espacio de mensaje de s de cada estudiante es $M_s^{n_s} = \{C' \subset C : \sharp C' \leq n_s\}$ y donde se define la función de signación h como

[1] La asunción de costes pequeños no es demasiado restrictiva. Con costes más altos nuestros resultados estarían iguales al caso en que se eliminan de la lista de s de los departamentos aceptables todos los departamentos, c tales que $u_s(c) - \delta \leq u_s(c)$

sigue. Para todos $m = (m_1, ..., m_q) \in M^n = \prod_{i=1}^{q} M_{s_i}^{n_i}$: $h(m) = \mu_{z_2}^S$: , donde $\mu_{z_2}^S$ es matching óptimo para los estudiantes en $(C, S, P(z_2))$ y z_2 es el subjuego de la segunda etapa del SAM al que se llega si cada s_i aplica a las universidades en $m_i$pulg. El pago de s_i entonces será $u_{s_i}(h(m)(s_i)) - \delta\sharp m_i$. Llamaremos tal juego el **mecanismo reducido de admisión** con restricciones n y lo denotaremos con H^n .

5.3 El Análisis

El primer resultado preliminar no necesita la prueba: en la tercera etapa, cada estudiante aceptará la mejor oferta disponible.
tercera etapa.

Lema En cualquier SPE cada estudiante elige la universidad preferida entre las que la aceptaron en la segunda etapa, para cada $z_3 \in Z_3$.

El resultado siguiente caracteriza los SPE que se dan en la segundas etapa en términos de preferencias inducidas por cada subjuego.

Lema Sea $z_2 \in Z_2$. Entonces z_2 implemena $\Gamma(C, S, P(z_2))$ en SPE.

Prueba Sea μ una signación que resulta de un SPE de z_2. Primero de todo debe ser racional para las universidades y para los estudiantes: una universidad siempre puede elegir no emplear a ningún estudiante y un estudiante puede elegir no inscribirse ninguna universidad. Sea (c, s) un par universidad-estudiante. Si (c, s) bloquea μ entonces se considere la desviación siguiente para c: acepte $Ch_f(\mu(c) \cup \{s\})$. De la definición y del Lema 5.3 sigue que tal desviación sería provechosa .Una contradición.
En el otro lado deje sea μ estable en $(C, S, P(z_2))$ adentro y consideren la estrategia siguiente para cada universidad : acepte solamente a aspirantes en $\mu(c)$. Los trabajadores juegen conforme sus estrategias dominantes en la tercera etapa. Ninguna firma puede desviarse de forma provechosa así que el perfil de las estrategias es un SPE de z_2.
De la prueba del Lema 5.3 sigue que la existencia de matching estables en cada $(C, S, P(z_2))$es necesaria y suficiente para la existencia de un SPE de z_2 entonces para la existencia de un SPE del juego entero.

En cada z_2 es como si cada universidad tuviera que proponerse a un subconjunto de los estudiantes que aplicaron a él. Es como en el mecanismo Las-Universidades-Proponen-y-Los Estudiantes-Eligen en Alcalde y Romero-Medina (2000). El resultado sigue del Lema 5.3.

Bibliography

[1] El mecanismo Las -Universidades-Proponen-y-Los Estudiantes-Eligen implementa el conjunto estable en SPE.

Primero comprobamos que el juego con retricciones unitarias implementa el conjunto estable, así recuperamos el resultado original por Alcalde y Romero-Medina (2000) como consecuencia inmediata.

Proposición El conjunto de asignaciones de SPE producidos por el mecanismo secuencial en el cual ningún estudiante aplica a más de una universidad es el conjunto estable de (C, S, P). Entonces, si $n_i = 1$ para todos los $i = 1, ..., q$ el SAM implemnta el conjunto estable en SPE. instrumentos secuenciales del mecanismo de la admisión el conjunto estable. The set of SPE of the sequential mechanism in which no student applies to more than one college is the stable set of . Then, if for all the sequential admission mechanism implements the stable set in SPE.

Prueba Sea μ^* una asignación estable. Considere el siguiente perfil de estrategia. Cada estudiante aplica aplica a $\mu^*(s)$. En la segunda etapa, para cada subgame z_2, cada universidad acepta solamente a los estudiantes en $\mu^S_{z_2}(c)$, el matching estable óptimo de los estudiantes de $(C, S, P(z_2))$. En la tercera etapa los trabajadores se conforman con la estrategia de SPE. Se verifica fácilmente que tal perfil de estrategia constituye un SPE del mecanismo secuencial que da μ^* como resultado.
Sea μ^* una asignación de SPE en el cual ningún estudiante ha aplicado a más que una universidad, que existe como sigue de la primera parte de la prueba. Como en el Lema 5.3, μ^* debe ser individualmente racional. Sea (c, s) un par de bloqueo. En cada subjuego en el cual $\sharp C_1(s, z_2) \leq 1$, para tododos lo s, cada universidad tiene una estrategia terminantemente dominante, aceptar a los trabajadores en $Ch_f(S_1(c, z_2))$. Entonces, aplicar a c sería una desviación provechosa para s. Una contradicción

Los dos resultados siguientes demuestran que son los estudiantes que esencialmnete inducen las asignaciones de equilibrio. Ellos tienen entonces una sorta "first movers' advantage". Primero se demuestra que cada estudiante puede elegir de inscribirse a la universidad a la que está emparejado en el matching óptimo (para los estudiantes) con respecto a las preferencias “reveladas” por los otros aspirantes en equilibrio.

Lema Sea n una restricción en el número de aplicaciones y sea μ^* una asignación de equilibrio en el SAM con la restricción n. Sea z_2^* el subjuego de la segunda etapa en la senda del equilibrio. Entonces μ^* es el matching estable óptimo de los estudiantes en $(C, S, P(z_2^*))$.

Lemma 1

Prueba *Sea μ^S estable óptimo de $(C, S, P(z_2^*))$. Del Lrema 5.3 $\mu^S R_S \mu^*$. Si $\mu^S(s) P_s \mu^*(s)$ por algun s entonces se considere la siguiente desciación para s: aplicar solo a $\mu^S(w)$, $C_1(s) = \left\{\mu^S(s)\right\}$. Sea z_2 el subjuego de la segunda etapa inducido por está desviación. μ^S es estable en $(C, S, P(z_2))$ y $\mu^S(s)$ es el unico compañeo estable de s. Con está desviación s no no incurre en costes de aplicación más altos , del Lema 5.3 entonces sería le resultaría provechosa, una contradicción.*

De hecho podemos probar que el papel de las universidades es de alguna manera menos relevante en el análisis de juego. Para analizar el mecanismo secuencial de admisión es necesario y suficiente analizar el mecanismo reducido asociado H^n en el cual solamente los estudiantes juegan, y las asignaciones se determinan de acuerdo al matching estable opyimo con respecto a las preferencias "inducidos" por estas estrategias.

Proposición μ^* es asignación producida por un SPE del SAM con restricciones $n = (n_1, ..., n_q)$ si y solo si es un equilibrio de Nash del mecanismo de asignación reducido, H^n. $(C_1^*(s_1), ..., C_1^*(s_q))$ es una estrategia de equilibrio en la primera etapabe del SAM si y solo si es una estrategia de equilibrio del juego reducido. Ambos equilibrios resultan en la misma asignación.

Proof.

Prueba Sea μ^* una asignación de equilibrio y sea $(C_1^*(s_1), ..., C_1^*(s_q))$ una estrategia de de equilibrio por la primera etapa. Del lema 5.3 sigue que debe ser una estrategia de equilibrio para el juego reducido. Sea ahora $(C_1^*(s_1), ..., C_1^*(s_q))$ un equilibrio de Nash del juego reducido y sea μ^* la asignación que ne resulta. Considere el perfil siguiente de estrategias para los jugadores en el mecanismo secuencial. En la primera etapa cada estudiante aplica a $C_1^*(s)$. En la segunda etapa, para cada z_2, cada universidad, c acepta solamente a los estudiantes en $\mu_{z_2}^S(c)$, el matching estable óptimo de los estudiante en $(C, S, P(z_2))$. En la tercera etapa los estudiantes se conforman con la estrategia de SPE. Se verifica fácilmente que tal perfil de estrategia constituye un SPE del mecanismo secuencial que da como resultado. Es facil verificar que este perfil de estrategía es un SPE que resulta en μ^*.

■

De todas formas, si los trabajadores no pagan ninguno coste de aplicación el resultado de Alcalde y Romero-Medina (2000) no extiende al mecanismo secuencial de admisión, sin la restricción a una sola aplicación para cada estudiante. La razón es ésa: debido al "first movers advantage" los estudiantes pueden forzar asignaciones inestables que sean mejores para ellos a algun matching estables. Y las universidades no pueden coordinarse para prevenirlo.

Proposición Sea $n_i \geq 2$ por almenos dos $i \in \{1, ..., q\}$. Si $\delta = 0$ el SAM implementa asignaciones inestables.

Prueba La prueba se basa en la Propsición 5.3, utilizando un ejemplo. Sean $C = \{c_1, c_2, c_3\}$, $S = \{s_1, s_2, s_3\}$ y

$P_{c_1} = s_1, s_2, s_3$ $\quad$ $P_{s_1} = c_2, c_1, c_3$
$P_{c_2} = s_3, s_1, s_2$ $\quad$ $P_{s_2} = c_1, c_2, c_3$
$P_{c_3} = s_1, s_2, s_3$ $\quad$ $P_{s_3} = c_1, c_2, c_3$

En (C, S, P) solo ha un matching estable:

$$\mu = \begin{matrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ s_1 & s_3 & s_2 \end{matrix}$$

Sea $n = (2, 1, 2)$

Consideramos el siguiente perfil de estrategias en el juego reducido:
s_1 aplica a $\{c_1, c_2\}$, s_2 aplica a $\{c_3\}$, s_3 aplica a $\{c_1, c_2\}$
Resulta el matching

$$\nu = \begin{matrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ s_3 & s_1 & s_2 \end{matrix}$$

ν está bloqueado por (c_1, s_2).En ν s_1 y s_3 están emparejados a sus univeridades preferidas. Si s_2 aplicara a c_1 ne resultaría el matching óptimo segun la siguientes preferencias

$P_{c_1} = s_1, s_2, c_3$ $\quad$ $P'_{s_1} = c_2, c_1$
$P_{c_2} = s_3, s_1, s_2$ $\quad$ $P'_{s_2} = c_1$
$P_{c_3} = s_1, s_2, s_3$ $\quad$ $P'_{s_3} = c_1, c_2$

que es

$$\widehat{\mu} = \begin{matrix} c_1 & c_2 & c_3 & \\ s_1 & s_3 & & s_2 \end{matrix}$$

donde s_2 esta peor. La tesis sigue de la Proposición.

Por otro lado si los equilibrios fuertes eliminan equilibrios no estables del juego no se puede garantizar que el mecanismo tenga algun equilibrio fuerte (se vea Alcalde and Romero-Medina (2000)).

5.3.1 Costes y estabilidad

Al revés, cuando los costes son positivos y suficientemente pequeños el mecanismo implementa el conjunto estable independientemente de las restricciones en el número de aplicaciones. El punto es que cada estudiante, fijado la estrategia de los otros agentes puede asegurarse la mismas asignaciones aplicándose a una sola universidad.

Teorema Sea $\delta > 0$ pequeño. El SAM implementa el conjunto estable en SPE.

Prueba Es suficiente demostrar que en equilibrio cada estudiante se aplica exactamente a la universidad al la que se está emparejada en el asignación final.Entoces la tesisis sigue de la Proposición 5.3. Sea $m^* = (C_1^*(s_1), ..., C_1^*(s_q))$ una estrategia de equilibrio del juego reducido y sea μ^* la asignación que resulta de m^*. Sea z_2^* el subjuego inducido por la estrategia tal como la estrategia de primera planta del juego secuencial, , entonces $\mu^* = \mu^S_{z*_2}$. Si $\mu^*(s) = s$ entonces $C_1^*(s) = \varnothing$, sino podría ahorrar costes no aplicando a ninguna universidad. de otra manera terminantemente costes positivos no aplicándose a la firma. Sea $\mu^*(s) = c \in C$ y $\sharp C_1^*(s) > 1$. Sea z_2' el subjuego inducido por esta desviación.Tenemos $\mu^*(s) = \mu^S_{z_2*} = \mu^S_{z*_2}$. Así la desviación seria provechosa para s porqué ahorraría costes, una contradicción.

Asumiendo costes pequeño no se perde ninguna generalidad. Si la condición no está satisfecha el resultado vale en el mercado más pequeño (C, S, P') donde $P_c' = P_c$ para todos los c y $cP_s's'P_s's$ si y solo si $u_s(c) > u_s(c') > u_s(s) + \delta$ y $sP_s'c$ si $u_s(s) \leq u_s(s) + \delta$. Pero en este caso la asignación no sería estable en (C, S, P).

El resultado tampoco vale si uno asume información incompleta

Ejemplo Sean las preferencias de los estudintes conocidas y iguales a las de en la prueba de la Proposición5.3. Sean las preferencias de las universidades las siguientes con probabilidad: $\overline{P_{c_1}} = s_1$, $\overline{P_{c_2}} = s_3$, $\overline{P_{c_3}} = s_2$. Sean P_C, las que se definieron en la prueba de la proposición 5.3, con probabilidad 1/2. Por qualquier representación de utilidad, si los costes son pequeños is small, entonces, existe un equilbrio sequencial del SAM donde los estudiantes aplican como en la prueba de la Ptoposición 5.3, y donde cada universidad, c hace ofertas $\mu^S_{z_2}(c)$[2]. El matching que resulta es entonces inestable con probabilidad1/2.

5.4 Conclusiones

Este capitulo estudia una clase de mecanismos de admisión parecidos a muchos que se dan en el mundo real que implementan en SPE el conjunto estable cuando las preferencias son sustituibles y q-separables y el coste de aplicación es positivo. Generaliza el modelo y los resultados obtenidos por Alcalde y Romero-Medina (2000). Hemos demostrado también que el resultado no se mantiene en

[2]La estrategia está bien definida porqué cada departamento tiene información completa: $\pi_c(\overline{P} \mid \overline{P}_c) = 1$ y $\pi_c(P \mid P_c) = 1$, por cada c.

el caso de costes de aplicación nulos. Esto deriva de los problemas de coordinación entre las universidades que tiene un doble papel. Por un lado tienen que seleccionar un grupo de proponentes. Por el otro tienen que ofrecerse a unos estudiantes que quizás tengan también otras ofertas. En la presencia de aplicaciones múltiples los conjuntos de aspirantes de las universidades pueden intersecarse. Tales universidades deben coordinarse para prevenir matchings irracionales y tener en cuenta que los estudiantes quizás tengan más de una oferta. Los costes reducen las ventajas que los estudiantes puedan derivar de aplicaciones múltiples, preservando entonces las estabilidad. La interpretación del resultado es doble. La estabilidad no da preocupación en la presencia de costes formales o implícitos (los costes de búsqueda de información, los costes de recorrido para las entrevistas de trabajo) por los aspirantes cuando no se puedan prevenir múltiples aplicaciones. Por otro lado imponer costes de aplicación podría reducir los costes derivados de unas eventuales renegociaciones de contratos.

De todas formas el resultado depende tanto de la asunción de costes pequeños y información completa. Relajando una, o la otra puede producir asignaciones inestables como resultado del equilibrio.

El modelo se ajusta los mercados de trabajo en los cuales los sueldos son fijos y sabidos del principio (por ejemplo empleados del sector público, trabajadores de escasa especialización, etc.). Sería interesante ampliar el análisis al caso en el cual los patrones pueden competir en sueldos como Alcalde, Perez-Castrillo y Romero-Medina (1998) ha hecho para el caso del una sola aplicación.

Un paso adelante hacia una comprensión mejor de tales mecanismos sería un análisis detallado del caso de información incompleta. El Ejemplo5.3.1 demuestra que, aunque los costes pueden ayudar a reducir el número de las aplicaciones del equilibrio, ellos no pueden prevenir totalmente su multiplicidad. Entonces el problema de la coordinación revelado en el la Propsición 5.3 todavía está presente.

Otra aplicación interesante encajaría tales mecanismos de la admisión en el marco en el cual la sincronización en los mercados, introduciendo la posibilidad que las hagan a los estudiantes ofertas de corta duración. Tal análisis podría proporcionar algunas profundizar la literatura, principalmente experimental (particularmente Roth y Xing (1991) y (1997)) que estudia las anomalías que se relacionan con la sincronización de los mercados.

5.5 Referencias

Alcalde J. (1996) Implementation of stable solutions to the marriage problem *J. of Econ. Theory* 69 , 240-254

Alcalde J. y Barberá S. (1994) Top dominance and the possibility of strategy-proof stable solutions to matching problems *Econ. Theory* 4, 417-435

Alcalde J., Perez-Castrillo D. y Romero-Medina A. (1998) Hiring Procedures to implement stable solutions to Matching Problems *J. of Econ. Theory* 82, 469-480

Alcalde J. y Romero-Medina A. (2000) Simple mechanisms to implement the core of college admissions problems *Games and Econ. Behav.* 31, 294-302

Alcalde J. y Romero-Medina A. (2005) Sequential Decisions in the College Admissions Problem *Economics Letters*, 86,153-158

Balinski M. y T. Sönmez (1999) A tale of two mechanisms: student placement *J. of Econ. Theory*, 74, 83-94

Ehlers L. (2004) In Search of Advice for Participants in Matching Markets which use the Deferred-Acceptance Algorithm *Games and Economic Behavior*, 48, 249-270

Gale D. y L. Shapley (1962) College admissions and the stability of marriage *American Mathematical Monthly*, 69, 9-15.

Gusfield D. y R. W. Irwing (1989) The stable marriage problem: structure and algorithms *MIT Press,* Cambridge

Haeringer G. y M. Wooders (2004) Decentralized Job Matching *Mimeo*

Kara T. y Sönmez T. (1997) Implementation of college admission rules *Econ. Theory* 9, 197-218

Ordoñez de Haro J. M. y A. Romero-Medina (2005) Stable allocations under One side Incomplete. Information *Mimeo*

R. Martinez, J. Massó, A. Neme y J. Oviedo (2000) Single Agents and the Set of Many-to-one Stable Matchings *J. of Econ. Theory*, 91, 91-105

R. Martinez, J. Massó, A. Neme y J. Oviedo (2001) On the Lattice Structure of the Set of Stable Matchings for a Many-to-one Model *Optimization* 50 439-457

R. Martinez, J. Massó, A. Neme y J. Oviedo (2004) On Group Strategy-proof Mechanisms for a Many-to-one Matching Model *Int J. of Game Theory*, 33, 115-128

Pais J. (2005) On Random Matching Markets: Properties and Equilibria *Mimeo*

Romero-Medina A. (1998) Implementation of stable solutions in a restricted matching market *Rev. Econ. Design* 3, 137-147

Romero-Medina A. y M. Triossi (2006) Ramòn y Cajal: mediation and meritocracy *Mimeo*

Roth A. E. (1984a) The evolution of the labor market for medical interns and residents: a case study in game theory *J. Polit. Econ.* 92 , 991-1016

Roth A. E. (1984b) Misrepresentation and stability in the marriage problem *J. of Econ. Theory* 34, 383-387

Roth A. E. (1985) The college admission problem is not equivalent to the marriage problem *J. of Econ. Theory 36* , 277-288

Roth A. E. (2002) The economist as engineer: game theory, experimentation as tools for design economics *Econometrica*, 70, no. 4, 1341-1378

Roth A. E., Rothblum U. G. (1999) Truncation strategies in matching markets-in search of advice for participants *Econometrica* 67, 21-43

Roth A. E. y Sotomayor M. (1990) Two Sided Matching: A Study in Game Theoretic Modeling and Analysis *Cambridge Univ. Press*, London/New York

Roth A. E. y Sotomayor M. (1992) Two-sided matching *Hanbook of Game Theory, Volume 1, Elsevier Science Publisher B.V.*

Roth A.E. y Xing X. (1994) Jumping the gun: imperfections and institutions related to the timing of market transactions *American Economic Review*, 84, 992-1044.

Roth A.E. y Xing X. (1997) Turnaround time and bottlenecks in market clearing: decentralized matching in the market for clinical psychologists *J. Polit. Econ*, 105, 284-329.

Selten R. (1975) Re-examination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games. *Int J. Game Theory* 4, 25-55

Sönmez (1997a) Manipulation via Capacities in Two-Sided Matching Markets *J. of Econ. Theory* 77, 197-204

Sönmez (1997b) Games of manipulation in marriage problem *Games and Econ. Behavior* 20, 169-176

Sönmez (1999) Can Pre-arranged Matches Be Avoided in Two Sided Matching Markets? *J. of Econ. Theory 86*, 148-156.

Zhou L. (1991) Stable matchings and equilibrium outcomes of the Gale-Shapley's algorithm for the marriage problem, *Econ. Letters* 36, 25-29